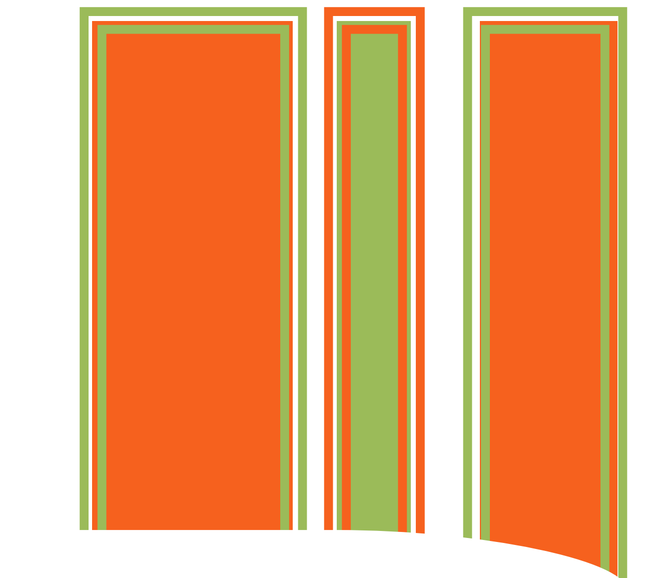


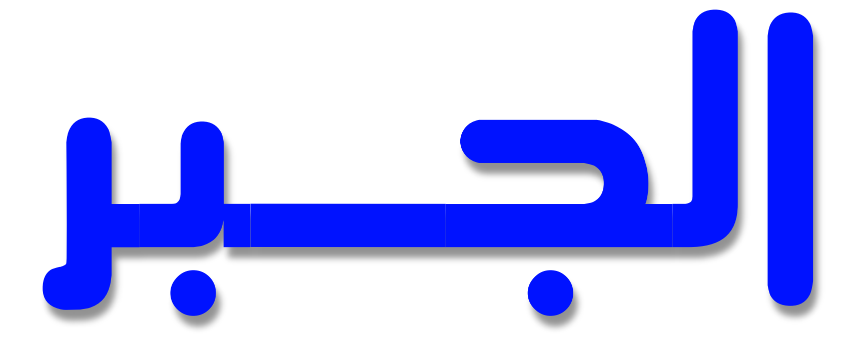


المراجعة النهائية

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

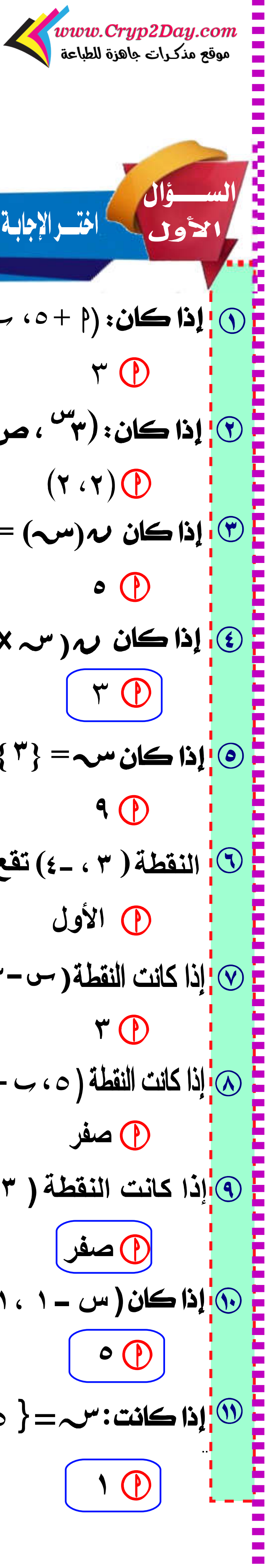
اولا:



المراجعة النهائية

السؤال الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة



١) إذا كان: (أ + ٥ ، ب) = (٨ ، ٣) فإن أ + ب = ...

أ) ٣ ب) ٨ جـ) ٥ د) ٦

٢) إذا كان: ($٣^{س}$ ، $ص^{٣}$) = (٢٧ ، ٨) فإن: (س ، ص) = ...

أ) (٢ ، ٢) ب) (-١ ، ٣) جـ) (٣ ، ٢) د) (-٣ ، ٢)

٣) إذا كان ن(س) = ٣ ، ن(ص) = ٢ فإن ن(س × ص) = ...

أ) ٥ ب) ٣ جـ) ٦ د) ٢

٤) إذا كان ن(س × ص) = ١٢ ، ن(ص) = ٤ فإن ن(س) = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٨ د) ٤٨

٥) إذا كان س = {٣} فإن $س^{٢}$ = ...

أ) ٩ ب) (٣ ، ٣) جـ) {(٣ ، ٣)} د) ٣

٦) النقطة (٣ ، -٤) تقع في الربع ....

أ) الأول ب) الثانى جـ) الثالث د) الرابع

٧) إذا كانت النقطة (س - ٣ ، ٥ - س) حيث س ∈ ص تقع في الربع الأول فإن س = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٨

٨) إذا كانت النقطة (٥ ، ب - ٣) تقع على محور السينات فإن: ب = ...

أ) صفر ب) ٣ جـ) ٤ د) ٥

٩) إذا كانت النقطة (٣ - س ، س - ١) تقع في الربع الرابع حيث س ∈ ص فإن: س = ...

أ) صفر ب) ٣ جـ) ٤ د) ٢

١٠) إذا كان (س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣) فإن $\sqrt{س + ص^{٢}}$ = ...

أ) ٥ ب) ٨ جـ) ٢٥ د) ٤

١١) إذا كانت: س = {٥} فإن ن($س^{٢}$) = ...

أ) ١ ب) ٥ جـ) ٢٥ د) {(٥ ، ٥)}

(١٢) إذا كان (٣ ، ٥) ∈ { ٣ ، ٦ } × {س، ٨} فإن س = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

(١٣) إذا كان س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن $س^{٢}$ = ...

(أ) {(٢،٢)} (ب) {(٣،٣)} (ج) ٤ (د) ٩

(١٤) إذا كان: (س - ص) × ص = {(١،٢)،(١،٣)} ، ن(س × ص) = ٦، فإن : س = ...

(أ) {١} (ب) {١ ، ٢} (ج) {١،٣،٦} (د) {١،٣،٢}

(١٥) إذا كان: ن(س) = ٣ ، ص = {٤ ، ٥}، فإن: ن(س × ص) = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

(١٦) إذا كانت النقطة (٥ ، ب - ٧) تقع على محور س فإن ب = ...

(أ) صفر (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٨

(١٧) إذا كانت س = {٥ ، ٦ ، ٧} فإن ن($س^{٢}$) = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٩

(١٨) الدالة د : د(س) = $س^{٢}$ - (س - ٢) من الدرجة ....

(أ) الصفرية (ب) الأولي (ج) الثانية (د) الثالثة

(١٩) إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مجال الدالة د هو ....

(أ) س (ب) ص (ج) س × ص (د) ص × س

(٢٠) إذا كانت: د(س) = $س^{٢}$، فإن: د(٣) + د(-٣) = ...

(أ) صفر (ب) ٩ (ج) ١٨ (د) ٦

(٢١) إذا كانت: د(س) = ٣ ، فإن: د(٣) + د(-٣) = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ٩

(٢٢) إذا كان د(س) = ٣س - ٢ فإن د(٢) = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ٩

(٢٣) إذا كانت د(س) = ٢س + ب ، د(٣) = صفر، فإن: ب = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٦ (د) -٦

(٢٤) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٣س − أ يقطع محور السينات في النقطة (٣ ، ب) فإن: أ + ب = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٩ (د) −٦

(٢٥) إذا كانت النقطة (أ ، أ) ∈ بيان الدالة د حيث د(س) = ٤س − ٦ فإن: أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

(٢٦) إذا كانت د(س) = ٤س + ب ، د(٢) = ١٠ فإن ب = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ١٣ (د) ١٨

(٢٧) إذا كانت د(س + ٣) = س − ٣ فإن: د(٧) = ...

(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٧ (د) ١٠

(٢٨) إذا كانت د(س) = (٢أ − ٢)$س^{٣}$ + ٣$س^{٢}$ + س + ٢ دالة كثير حدود من الدرجة الثانية فإن: أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) صفر

(٢٩) إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د: ح ← ح حيث د(س) = ٤س − ٥ فإن أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) −١

(٣٠) إذا كانت ٣أ = ٤ب فإن أ : ب = ...

(أ) ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ (ج) ٢ : ٣ (د) ٤ : ١

(٣١) الرابع المتناسب للكميات ٣، ٦، ٦ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٢

(٣٢) إذا كان: $\frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٣}$ ، فإن: $\frac{٣أ}{٥ب}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (ج) ١٥ (د) $\frac{٥}{٣}$

(٣٣) إذا كانت ٢ ، ٦ ، س ، ١٥ متناسبة فإن س = ...

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٩

(٣٤) إذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن $(٣أ − ٢ب − ١)^{٤}$ = ...

(أ) −١ (ب) ١ (ج) ٥ (د) ٦

(٣٥) الوسط المتناسب بين ٤ ، ٩ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ± ٣ (د) ± ٦

(٣٦) إذا كانت ٢ ، ٦ ، ٦ ، س + ١٥ متناسبة فإن س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٣٧) الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٩ (د) ١٢

(٣٨) إذا كانت : ٤ ، ٦ ، ٦ ، ص كميات متناسبة ، فإن : ص = ...

(أ) ١٠ (ب) ٩ (جـ) ٢ (د) ٢٤

(٣٩) إذا كانت : س ، ص ، ع كميات متناسبة فإن : $\frac{س}{ع}$ = ...

(أ) $\frac{ع^٢}{ص^٢}$ (ب) $\frac{ص^٢}{ع^٢}$ (جـ) $\frac{ص^٢}{س^٢}$ (د) $(ص ع)^٢$

(٤٠) إذا كانت : $٤س^٢ = ٩ص^٢$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\pm\frac{٣}{٢}$ (د) $\pm\frac{٢}{٣}$

(٤١) العدد الذى إذا أضيف لكل من الأعداد ١ ، ٣ ، ٦ تصبح فى تناسب متسلسل هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٤٢) إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن : $\frac{ب - أ}{ب + أ}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

(٤٣) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٣}{٥}$ فإن أ : ب : جـ = ...

(أ) ٢ : ٣ : ٥ (ب) ٢ : ٩ : ٥ (جـ) ٦ : ٩ : ١٠ (د) ١٠ : ٩ : ٦

(٤٤) إذا كان $\frac{س}{٦} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٤} = \frac{٢ص + ع}{٢ل}$ فإن ل = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١١ (د) ١٤

(٤٥) إذا كانت : أ ، س ، ب ، ٢ س كميات متناسبة ، فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٤

(٤٦) الوسط المتناسب الموجب بين ٣ أ $ب^٢$ ، ٢٧ $أ^٣$ ب هو ....

(أ) ٣ أ ب (ب) ٣ أ $ب^٢$ (جـ) ٩ أ ب (د) ٩ $أ^٢ ب^٢$

(٤٧) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د} = ٢$ فإن: $\frac{أ}{د}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

(٤٨) إذا كانت : ص ∝ س وكانت ص = ١ عندما س = ٣ فإن : ص = ... عندما س = ٦

(أ) ١٨ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) ١

(٤٩) العلاقة التى تمثل تغير طردى بين متغيرين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٢ (ج) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

(٥٠) إذا كانت ص تتناسب عكسيا مع س وكانت ص = ٢ عندما س = ١ فإن ص = $\frac{......}{س}$

(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٢

(٥١) إذا كانت : $ص^٢ + ٤س^٢ = ٤س ص$ فإن : ص ∝ ......

(أ) س (ب) $س^٢$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

(٥٢) إذا كان : ٤ س ص = ٣ فإن : ص ∝ ....

(أ) س (ب) $س^٢$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

(٥٣) إذا كانت : ص ∝ $س^٢$ ، كانت ص = ١ عندما س = ٢ فإن: ثابت التناسب =

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٥٤) إذا كانت: ص تتغير عكسيا مع س ، كانت س = $\sqrt{٥}$ عندما ص = $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ فإن ثابت التناسب = ...

(أ) ٣ (ب) $\sqrt{٥}$ (ج) ٥ (د) ١٥

(٥٥) أبسط وأسهل مقياس للتشتت هو ....

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (ج) الوسيط (د) المنوال

(٥٦) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (ج) المنوال (د) الانحراف المعيارى

(٥٧) المدى لمجموعة القيم : ١٤ ، ٤ ، ٢١ ، ١٦ ، ١٢ يساوى ....

(أ) ٢١ (ب) ٤ (ج) ١٧ (د) ١٤

(٥٨) إذا كان: مجـ $(س - \bar{س})^٢ = ٣٦$ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩ فإن : σ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٨ (د) ٢٧

(٥٩) إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن : ....

(أ) $\bar{س} = ٠$ (ب) $\sigma = ٠$ (ج) $س - \bar{س} > ٠$ (د) $س - \bar{س} < ٠$

(٦٠) مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمي ....

(أ) مجال الدالة (ب) المجال المقابل (ج) مدى الدالة (د) قاعدة الدالة

(٦١) إذا كانت النقطة (٢ ، ٥) هى رأس منحنى الدالة التربيعية د فإن معادلة خط التماثل هى ......

(أ) س = ٢ (ب) س = ٥ (ج) ص = ٢ (د) ص = ٥

(٦٢) إذا كان : سـ = {٣} فإن : $سـ^٢$ = ...

(أ) ٩ (ب) (٣،٣) (ج) {٩} (د) {(٣،٣)}

(٦٣) إذا كان : سـ = {٣} فإن : ن($سـ^٢$) = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (ج) ٩ (د) {(٣،٣)}

(٦٤) إذا كانت د(س) = ٢س + ٥ ، ر(س) = س - ٦ فإن: د(٢)+٣ر(٣) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٩ (د) ١١

(٦٥) نقطة رأس المنحنى للدالة د(س) = $س^٢$ - ٤س + ٤ هى ....

(أ) (٠،٢) (ب) (٤،٤) (ج) (٠،٤) (د) (٢،٠)

(٦٦) معادلة محور التماثل للدالة د(س) = $س^٢$ + ٦س هى س = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٦ (د) -٦

(٦٧) إذا كان : ٣أ = $\frac{٥}{٦}$ ب فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{١٨}{٥}$ (ب) $\frac{١٥}{٦}$ (ج) $\frac{٦}{١٥}$ (د) $\frac{٥}{١٨}$

(٦٨) إذا كان : ٢ س = ٧ ص فإن : $(\frac{س}{ص})^{-١}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٢}$ (ج) ٧ (د) ٢

(٦٩) إذا كان الانحراف المعيارى لمجموعة من القيم = ٢ وعدد هذه القيم ١٠ فإن مجـ$(س - \bar{س})^٢$ = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٥٠

(٧٠) إذا كانت: $س^٢ص^٢$ + س ص + $\frac{١}{٤}$ = ٠ فإن: ص ∝ ...

(أ) س (ب) $س^٢$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

(٧١) .... هو الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى

(أ) المدى (ب) الانحراف المعيارى (ج) المنوال (د) الوسط الحسابى

السؤال الثاني

الأسئلة المقالية

① إذا كانت: س = {٠، ١، ٢} ، ص = {٠، ١، ٨، ٩، ٤}
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب
تعنى أن (ب = أ^{٢}) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي هل ع
دالة أم لا ؟ و لماذا ؟

الحل

بيان ع = { (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) }

ع دالة

لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

② إذا كانت: س = { $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٣ }
وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب
تعنى أن "أ معكوس ضربى للعدد ب" لكل أ، ب ∈ س
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي هل ع
دالة أم لا ؟ و لماذا ؟ وإذا كانت دالة أوجد مداها

الحل

بيان ع = { ($\frac{١}{٣}$ ، ٣) ، ($\frac{١}{٢}$ ، ٢) ، (١ ، ١) ،
(٢ ، $\frac{١}{٢}$) ، (٣ ، $\frac{١}{٣}$) }

ع دالة

لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

المدى = { $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

③ إذا كانت: س = {-١، ١، ٢} ، ص = {٢، ٤، ٦، ٨}
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب
تعنى أن (ب = ٢أ + ٤) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي هل ع
دالة أم لا ؟ و لماذا ؟



الحل

بيان ع = { (-١ ، ٢) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٨) }

ع دالة

لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

④ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ }
، ص = {١ ، ٤ ، ٨ ، ك} وكانت ع دالة من
س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن "أ^{٣} = ب"
لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
① أوجد قيمة ك ② أكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى

الحل

ك = ٢٧

بيان ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٨) ، (٣ ، ٢٧) }

⑤ إذا كانت : د(س) = س^{٢} − ٣ س ، ر(س) = س − ٣
أوجد د(√٢) + ٣ ر(√٢)
أثبت أن : د(٣) = ر(٣) = صفر

الحل

د(√٢) = ٢ − ٣√٢ ، ر(√٢) = √٢ − ٣

د(√٢) + ٣ر(√٢) = ٢ − ٣√٢ + ٣√٢ − ٩ = −٧

د(٣) = (٣)^{٢} − ٣ × ٣ = ٩ − ٩ = ٠

ر(٣) = ٣ − ٣ = ٠

د(٣) = ر(٣) = صفر



⑥ إذا كان س = {١، ٢}، ص = {٣، ٧}، ع = {٣}

فأوجد ① س × ع ② (ص ∩ ع) × س ③ ن(ص^{٢})

الحل

① س × ع = {(١ ، ٣)، (٢ ، ٣)}

② (ص ∩ ع) × س = {٣} × {١ ، ٢}

= {(٣ ، ١)، (٣ ، ٢)}

③ ن(ص^{٢}) = ٤

⑦ إذا كان: س × ص = {(٢، ٢)، (٢، ٥)، (٢، ٧)}

فأوجد ① ص ② ن(ص^{٢}) ③ ص × س

الحل

① ص = {٢ ، ٥ ، ٧}

② ن(ص^{٢}) = ٩

③ ص × س = {(٢، ٢)، (٥، ٢)، (٧ ، ٢)}

⑧ إذا كان س ⊂ ص ، ن(س×ص) = ٦ ،

٤ ∈ س ، (١، ٧) ∈ س×ص

فأوجد س ، ص ، س×ص

الحل

س = {١ ، ٤} ، ص = {١ ، ٤ ، ٧}

س×ص = {(١ ، ١)، (١ ، ٤)، (١ ، ٧)

(٤ ، ١)، (٤ ، ٤)، (٤ ، ٧)}

⑨ إذا كان س = {٤، ٥، ٧} وكانت ع دالة على س ، بيان ع = {(أ ، ٥)، (ب ، ٥)، (٤ ، ٧)}

فأوجد قيمة ٣أ + ٣ب

الحل

أ + ب = ٥ + ٧ = ١٢

٣أ + ٣ب = ٣(أ + ب) = ٣ × ١٢ = ٣٦

⑩ إذا كان بيان الدالة د = {(١ ، ٣)، (٢ ، ٥)، (٣ ، ٧)، (٤ ، ٩)، (٥ ، ١١)}.

① اكتب كلا من مجال ومدى الدالة د.

② اكتب قاعدة الدالة د.

الحل

مجال الدالة = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}.

المدى = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١}.

قاعدة الدالة د = ٢س + ١

⑪ إذا كان: د(س) = ٢س + ب ، ر(س) = ب حيث د ، ر من دوال كثيرات الحدود وكان د(١) + ر(٤) = ١٢ فأوجد قيمة: د(٤) + ر(−١)

الحل

د(١) + ر(٤) = ١٢

٢ × ١ + ب + ب = ١٢

٢ + ٢ب = ١٢

٢ب = ١٢ − ٢

٢ب = ١٠ ⇐ ب = ٥

د(٤) + ر(−١) =

٢ × ٤ + ٥ + ٥ = ١٨

⑫ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د: ع ⟵ ع حيث د(س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات في النقطة (ب ، ٣) أوجد قيمة: ٢أ + ٧ب

الحل

∵ المستقيم يقطع محور الصادات ∴ ب = صفر

(٠ ، ٣) ∈ للمستقيم

∴ ٦ × ٠ − أ = ٣

−أ = ٣ ⇐ أ = −٣

٢أ + ٧ب =

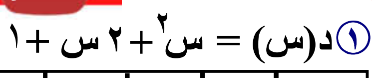
٢ × (−٣) + ٧ × ٠ = −٦

⑬ مثل بيانياً كلاً من الدوال الآتية ومن الرسم استنتج إحداثى رأس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

① د(س) = $س^٢$ + ٢ س + ١ متخذاً س ∋ [-٤ ، ٢]

② د(س) = ٢ − $س^٢$ متخذاً س ∋ [-٣ ، ٣]

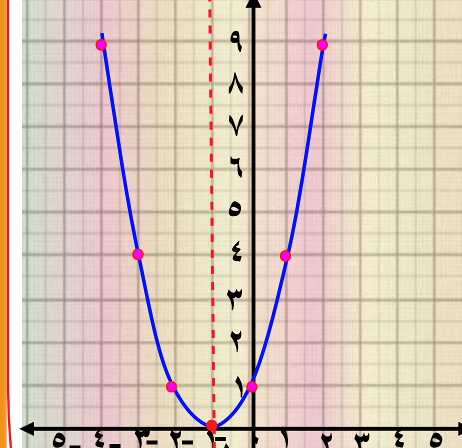
③ د(س) = $(س − ٣)^٢$ متخذاً س ∋ [٠ ، ٦]

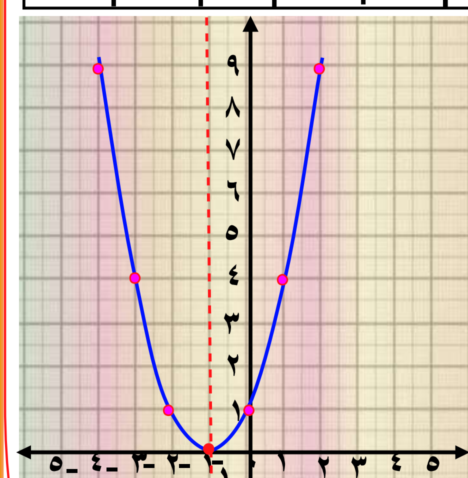


الحل

① د(س) = $س^٢$ + ٢ س + ١

س	٢	١	٠	-١	-٢	-٣	-٤
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩





نقطة رأس المنحنى

(-١ ، ٠)

معادلة محور التماثل

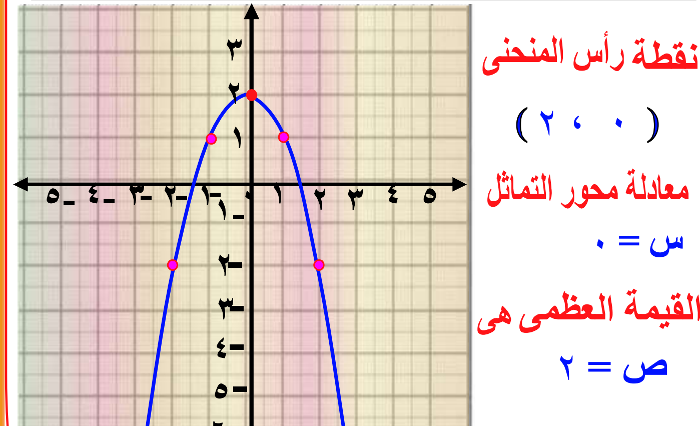
س = -١

القيمة الصغرى هى

ص = صفر

② د(س) = ٢ − $س^٢$

س	٣	٢	١	٠	-١	-٢	-٣
ص	-٧	-٢	١	٢	١	-٢	-٧



نقطة رأس المنحنى

(٠ ، ٢)

معادلة محور التماثل

س = ٠

القيمة العظمى هى

ص = ٢

الحل

③ د(س) = $(س − ٣)^٢$

س		٥	٤	٣	٢	١	٠
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

نقطة رأس المنحنى

(٣ ، ٠)

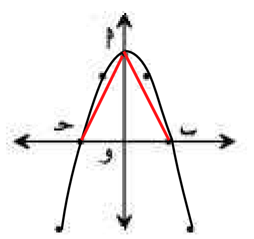
معادلة محور التماثل

س = ٣

القيمة الصغرى هى

ص = صفر

⑭ الشكل المقابل يمثل منحني الدالة د حيث د(س) = م − $س^٢$ ، إذا كان أ و = ٤ وحدات



أوجد :

① قيمة م

② إحداثيي كل من ب ، حـ

③ مساحة Δ أ ب حـ

الحل

أ و = ٤ وحدات ⟸ أ (٠ ، ٤)

د(س) = م − $س^٢$ ⟸

م − $(٠)^٢$ = ٤ ⟸ م = ٤

ب (س ، ٠) ⟸

د(س) = ٤ − $س^٢$

٤ − $س^٢$ = ٠ ⟸ $س^٢$ = ٤

س = ± ٢

ب (٢ ، ٠) ، حـ (-٢ ، ٠)

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٤ = ٨

(١٥) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٢ : ٥ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد = س

$\frac{\text{٢ + س}}{\text{٥ + س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ ⇐ ٦+٣س = ١٠+٢س

٣س − ٢س = ١٠ − ٦

س = ٤ ∴ العدد = ٤

(١٦) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحل

نفرض أن العدد س ، مربعه $\text{س}^{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{س}^{\text{٢}}\text{ + ٧}}{\text{س}^{\text{٢}}\text{ + ١١}} = \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

٥$\text{س}^{\text{٢}}$ + ٣٥ = ٤$\text{س}^{\text{٢}}$ + ٤٤

٥$\text{س}^{\text{٢}}$ − ٤$\text{س}^{\text{٢}}$ = ٤٤ − ٣٥

$\text{س}^{\text{٢}}$ = ٩

س = ± ٣ ∴ العدد هو ٣

(١٧) عددان صحيحان موجبان النسبة بينهما ٣ : ٧ وإذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ فما هما العددان ؟

الحل

نفرض أن : العددان ٣س ، ٧س

$\frac{\text{٣س − ٥}}{\text{٧س − ٥}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}}$

٩س − ١٥ = ٧س − ٥

٩س − ٧س = −٥ + ١٥

٢س = ١٠ ⇐ س = ٥

العدد الأول = ٣س = ٣ × ٥ = ١٥

العدد الثانى = ٧س = ٧ × ٥ = ٣٥

(١٨) إذا كان س : ص = ٤ : ٥ أوجد ٢س − ص : س + ٣ص

الحل

∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$ ⇐ س = ٤م ، ص = ٥م

∴ $\frac{\text{٢س − ص}}{\text{س + ٣ص}} = \frac{\text{٨م − ٥م}}{\text{٤م + ١٥م}} = \frac{\text{٣م}}{\text{١٩م}} = \frac{\text{٣}}{\text{١٩}}$



(١٩) إذا كانت: ٣أ = ٢ب أوجد قيمة: $\frac{\text{٣أ − ب}}{\text{٢أ + ب}}$

الحل

∵ ٣أ = ٢ب ⇐ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

أ = ٢م ⇐ ب = ٣م

∴ $\frac{\text{٣أ − ب}}{\text{٢أ + ب}} = \frac{\text{٦م − ٣م}}{\text{٤م + ٣م}} = \frac{\text{٣م}}{\text{٧م}} = \frac{\text{٣}}{\text{٧}}$

(٢٠) إذا كان $\frac{\text{س + ص}}{\text{٣ص − س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ أوجد $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$

الحل

$\frac{\text{س + ص}}{\text{٣ص − س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ ⇐

٣س + ٣ص = ٦ص − ٢س

٣س + ٢س = ٦ص − ٣ص

٥س = ٣ص ⇐ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

(٢١) إذا كان: $\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٤}}$ أثبت أن: $\frac{\text{٢س − ص + ٥ع}}{\text{٣ص − س}} = \text{٣}$

الحل

$\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٤}} = \text{م}$

س = ٢م

ص = ٣م

ع = ٤م

∴ $\frac{\text{٢س − ص + ٥ع}}{\text{٣ص − س}} = \frac{\text{٤م − ٣م + ٢٠م}}{\text{٩م − ٢م}} = \frac{\text{٢١م}}{\text{٧م}} = \text{٣}$



(٢٢)

إذا كان: $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٤} = \frac{\text{٢أ} - \text{ب} + \text{٥جـ}}{\text{٣س}}$

أوجد قيمة س

الحل

$\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٤} = \frac{\text{٢أ} - \text{ب} + \text{٥جـ}}{\text{٣س}}$

بضرب الاولى ×٢ و الثانية ×−١ و الثالثة ×٥ ثم بالجمع

$\frac{\text{٢أ} - \text{ب} + \text{٥جـ}}{٤ - ٣ + ٢٠} =$ كل النسب

$\frac{\text{٢أ} - \text{ب} + \text{٥جـ}}{٢١} =$ كل النسب ⟸ ٣س = ٢١

س = ٧

(٢٣)

إذا كان ٢أ = ٣ب = ٣جـ

أوجد قيمة $\frac{\text{٦أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{\text{٢أ} + \text{٦ب} + \text{٦جـ}}$

الحل

$\frac{\text{٢أ}}{٦} = \frac{\text{٣ب}}{٦} = \frac{\text{٣جـ}}{٦}$ ÷ ٦

$\frac{\text{أ}}{٣} = \frac{\text{ب}}{٢} = \frac{\text{جـ}}{٢} =$ م

أ = ٣ م

ب = ٢ م

جـ = ٢ م

∴ $\frac{\text{٦أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{\text{٢أ} + \text{٦ب} + \text{٦جـ}} =$

$= \frac{\text{١٨م} + \text{٢م} + \text{٢م}}{\text{٦م} + \text{١٢م} + \text{١٢م}}$

$\frac{\text{٢٢م}}{\text{٣٠م}} = \frac{١١}{١٥}$

(٢٤)

إذا كان ٤ س² + ٩ ص² = ١٢ س ص

أوجد س : ص

الحل

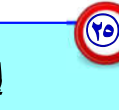
٤ س² − ١٢ س ص + ٩ ص² = ٠

(٢س − ٣ ص)(٢س − ٣ ص) = ٠

٢س − ٣ ص = ٠

٢ س = ٣ ص ⟸ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٣}{٢}$

(٢٥)



إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{١}{٩}$

وكان أ + ب + جـ = ٢٦ أوجد كلًا من أ،ب ، جـ

الحل

∵ أ = م ، ب = ٣ م ، جـ = ٩ م

∵ أ + ب + جـ = ٢٦

م + ٣م + ٩م = ٢٦

١٣ م = ٢٦ ⟸ م = ٢

⟸ أ = ٢ ، ب = ٦ ، جـ = ١٨

(٢٦)

إذا كان: $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ فأثبت أن:

$\frac{\text{٢ص} - \text{ع}}{\text{٣س} - \text{٢ص} + \text{ع}} = \frac{١}{٢}$

الحل

$\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥} =$ م

س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\frac{\text{٨م} - \text{٥م}}{\text{٩م} - \text{٨م} + \text{٥م}}$

$= \frac{\text{٣م}}{\text{٦م}} = \frac{١}{٢} =$ الأيسر

(٢٧)

إذا كان: $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ فأثبت أن:

$\sqrt{\text{٣س}^٢ + \text{٣ ص}^٢ + \text{ع}^٢} = \text{٢س} + \text{ص}$

الحل

$\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥} =$ م

س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\sqrt{\text{٣س}^٢ + \text{٣ ص}^٢ + \text{ع}^٢}$

$= \sqrt{٣ \times \text{٩ م}^٢ + ٣ \times \text{١٦م}^٢ + \text{٢٥ م}^٢}$

$= \sqrt{\text{٢٧م}^٢ + \text{٤٨ م}^٢ + \text{٢٥ م}^٢} = \sqrt{\text{١٠٠م}^٢} =$ ١٠ م

الأيسر = ٢س + ص

= ٢ × ٣ م + ٤ م = ٦ م + ٤ م = ١٠ م

الأيمن = الأيسر

(٢٨) أوجد العدد الذى إذا أضيف الى كل من الأعداد ١ ، ٥ ، ٢ ، ٧ فإنها تكون متناسبة

الحل

نفرض العدد = س ⟸ $\frac{\text{س}+١}{\text{س}+٥} = \frac{\text{س}+٢}{\text{س}+٧}$

$٧ + ٧\text{س} + \text{س} + \text{س}^٢ = ١٠ + ٥\text{س} + ٢\text{س} + \text{س}^٢$

$٨\text{س} - ٧\text{س} = ١٠ - ٧$

س = ٣ ∴ العدد = ٣

---

(٢٩) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كل من الأعداد ١ ، ٤ ، ١٠ فإنها تكون في تناسباً متسلسلاً

الحل

نفرض أن العدد هو س

∴ الأعداد هي س + ١ ، س + ٤ ، س + ١٠

∴ $\frac{\text{س}+١}{\text{س}+٤} = \frac{\text{س}+٤}{\text{س}+١٠}$

$\text{س}^٢ + ٤\text{س} + ٤\text{س} + ١٦ = \text{س}^٢ + ١٠\text{س} + \text{س} + ١٠$

$٨\text{س} - ١١\text{س} = ١٠ - ١٦$

$-٣\text{س} = -٦$ ⟸ س = ٢ ∴ العدد = ٢

---

(٣٠) اذا كان : $\frac{\text{س}}{٢\text{ب}+\text{جـ}} = \frac{\text{ص}}{٣\text{جـ}-\text{ب}} = \frac{\text{ع}}{٤\text{ب}+٥\text{جـ}}$

اثبت ان $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٤\text{ص}+\text{ع}} = \frac{٧}{١٧}$

الحل

بضرب الأولى × ١ و الثانية × ٢ ثم بالجمع

كل النسب = $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٢\text{ب}+\text{جـ}+٦\text{جـ}-٢\text{ب}} = \frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٧\text{جـ}}$ ①

بضرب الثانية × ٤ و الثالثة × ١ ثم بالجمع

كل النسب = $\frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٢\text{جـ}-٤\text{ب}+٤\text{ب}+٥\text{جـ}} = \frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٧\text{جـ}}$ ②

من ①، ② $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٧\text{جـ}} = \frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٧\text{جـ}}$

⟸ $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٤\text{ص}+\text{ع}} = \frac{٧\text{جـ}}{١٧\text{جـ}} = \frac{٧}{١٧}$

---

(٣١) إذا كان: $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٥} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٨} = \frac{\text{ع}+\text{س}}{٧}$

اثبت أن $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٥}$

الحل

بضرب الثانية × −١ و بجمع النسب الثلاثة

كل النسب = $\frac{\text{س}+\text{ص}-\text{ص}-\text{ع}+\text{ع}+\text{س}}{٥-٨+٧}$

كل النسب = $\frac{٢\text{س}}{٤} = \frac{\text{س}}{٢}$ ①

بضرب الثالثة × −١ و بجمع النسب الثلاثة

كل النسب = $\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ص}+\text{ع}-\text{ع}-\text{س}}{٥+٨-٧}$

كل النسب = $\frac{٢\text{ص}}{٦} = \frac{\text{ص}}{٣}$ ②

بضرب الأولى × −١ و بجمع النسب الثلاثة

كل النسب = $\frac{-\text{س}-\text{ص}+\text{ص}+\text{ع}+\text{ع}+\text{س}}{-٥+٨+٧}$

كل النسب = $\frac{٢\text{ع}}{١٠} = \frac{\text{ع}}{٥}$ ③

من ①، ②، ③ $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٥}$

---

(٣٢) إذا كان $\frac{\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}+\text{ص}}{\text{ع}}$

اثبت أن كلاً من هذه النسب = ٢ (س+ص≠صفر)

ثم أوجد س : ص : ع

الحل

بجمع النسب الثلاثة

$= \frac{\text{ص}+\text{س}+\text{س}+\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}+\text{ص}+\text{ع}}$

$= \frac{٢\text{س}+٢\text{ص}}{\text{س}+\text{ص}}$

$= \frac{٢(\text{س}+\text{ص})}{\text{س}+\text{ص}} = ٢ =$ كل النسب

∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = ٢$

س = ٢ص

∵ $\frac{\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}} = ٢$

$\frac{\text{ص}}{٢\text{ص}-\text{ع}} = ٢$

ص = ٤ص − ٢ع

٢ع = ٣ص

ع = $\frac{٣}{٢}$ ص

∴ س : ص : ع

٢ص : ص : $\frac{٣}{٢}$ص ×٢

٤ : ٢ : ٣

(٣٣) إذا كان: أ ، ب ، حـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن ① $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{حـ + د}{د}$

② $\frac{أ^٢ + حـ^٢}{ب^٢ + د^٢} = \frac{أ\ حـ}{ب\ د}$

الحل

∵ أ ، ب ، حـ ، د كميات متناسبة

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{د} = م$ ⟸ أ = ب م ، حـ = د م

① الطرف الأيمن $= \frac{أ + ب}{ب} = \frac{ب م + ب}{ب} = \frac{ب(م + ١)}{ب} = م + ١$ ①

الطرف الأيسر $= \frac{حـ + د}{د} = \frac{د م + د}{د} = \frac{د(م + ١)}{د} = م + ١$ ②

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

② الطرف الأيمن $= \frac{أ^٢ + حـ^٢}{ب^٢ + د^٢} = \frac{ب^٢م^٢ + د^٢م^٢}{ب^٢ + د^٢} = \frac{م^٢(ب^٢ + د^٢)}{ب^٢ + د^٢} = م^٢$

الطرف الأيسر $= \frac{أ\ حـ}{ب\ د} = \frac{ب م \times د م}{ب\ د} = م^٢$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(٣٤) إذا كان: ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل

أوجد قيمة $س^٤ ص^٢$

الحل

٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل

$\frac{٧}{س} = \frac{س}{\frac{١}{ص}}$ ⟸ $س^٢ = \frac{٧}{ص}$

$س^٢ ص = ٧$

$س^٤ ص^٢ = ٤٩$

(٣٥) إذا كان: ب وسطاً متناسب بين أ ، حـ

أثبت أن: ① $\frac{أ - ب}{أ - حـ} = \frac{ب}{ب + حـ}$

② $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + حـ^٢} = \frac{أ}{حـ}$

الحل

∵ ب وسطاً متناسب بين أ ، حـ

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$ ⟸ ب = حـ م ، أ = حـ $م^٢$

① الطرف الأيمن $= \frac{أ - ب}{أ - حـ} = \frac{حـ م^٢ - حـ م}{حـ م^٢ - حـ} = \frac{حـ م(م - ١)}{حـ(م^٢ - ١)} = \frac{م(م - ١)}{(م - ١)(م + ١)} = \frac{م}{م + ١}$

الطرف الأيسر $= \frac{ب}{ب + حـ} = \frac{حـ م}{حـ م + حـ} = \frac{حـ م}{حـ(م + ١)} = \frac{م}{م + ١}$

∴ الطرفان متساويان

② الطرف الأيمن $= \frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + حـ^٢} = \frac{حـ^٢م^٤ + حـ^٢م^٢}{حـ^٢م^٢ + حـ^٢} = \frac{حـ^٢م^٢(م^٢ + ١)}{حـ^٢(م^٢ + ١)} = م^٢$

الطرف الأيسر $= \frac{أ}{حـ} = \frac{حـ م^٢}{حـ} = م^٢$

∴ الطرفان متساويان

(٣٦) إذا كان أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

اثبت أن ① $\frac{ب + د}{جـ^٢ + د ^٢ + د^٣} = \frac{أ}{جـ^٣}$

② $\frac{أ + ب + جـ}{أ - د} = \frac{أ - ب}{أ - ٢ب + جـ}$

الحل

أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د} = م \Leftarrow$

جـ = د م
ب = د م^٢
أ = د م^٣

① الطرف الأيمن $= \frac{ب + د}{جـ^٢ د + د^٣}$

$= \frac{د م^٢ + د}{د^٢ م^٢ \times د + د^٣}$

$= \frac{د م^٢ + د}{د^٣ م^٢ + د^٣}$

$= \frac{د (م^٢ + ١)}{د^٣ (م^٢ + ١)}$

$= \frac{١}{د^٢}$

الطرف الأيسر $= \frac{أ}{جـ^٣}$

$= \frac{د م^٣}{د^٣ م^٣}$

$= \frac{١}{د^٢}$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

② الطرف الأيمن

$= \frac{د م^٣ + د م^٢ + د م}{د م^٣ - د}$

$= \frac{د م (م^٢ + م + ١)}{د (م^٣ - ١)}$

$= \frac{م (م^٢ + م + ١)}{(م - ١)(م^٢ + م + ١)}$

$= \frac{م}{م - ١}$

الطرف الأيسر

$= \frac{د م^٣ - د م^٢}{د م^٣ - ٢ د م^٢ + د م}$

$= \frac{د م^٢ (م - ١)}{د م (م^٢ - ٢م + ١)}$

$= \frac{م (م - ١)}{(م - ١)(م - ١)}$

$= \frac{م}{م - ١}$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(٣٧) إذا كانت ص تتغير طردياً مع س و كانت ص = ٦ عندما س = ٣ أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٥

الحل

∵ ص ∝ س ⟸ ص = م س

عند ص = ٦ ، س = ٣ ⟸ $\frac{٦}{٣} = \frac{م \times ٣}{٣}$ ÷ ٣

م = ٢

∴ ص = ٢ س العلاقة بين ص ، س

عند س = ٥ ⟸ ص = ٢ × ٥ = ١٠

(٣٨) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع $س^٢$ وكانت ص = ٩ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

الحل

∵ ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ ⟸ ص = $\frac{م}{س^٢}$

عند ص = ٩ ، س = $\frac{٢}{٣}$ ⟸ ٩ = $\frac{م}{\frac{٤}{٩}}$

م = ٩ × $\frac{٤}{٩}$ = ٤

ص = $\frac{٤}{س^٢}$ العلاقة بين ص ، س

عند س = $\frac{١}{٢}$ ⟸ ص = $\frac{٤}{\frac{١}{٤}}$ = ١٦

(٣٩) $س^٤ ص^٢ - ١٤ س^٢ ص + ٤٩ = ٠$

اثبت أن ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$

الحل

$(س^٢ ص - ٧)(س^٢ ص - ٧) = ٠$

$س^٢ ص - ٧ = ٠$

$س^٢ ص = ٧$ ÷ $س^٢$

ص = $\frac{٧}{س^٢}$ ⟸ ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$



(٤٠) اذا كان : $\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ فاثبت ان ص ∝ ع

الحل

$\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ ←

٢١س ع − ص ع = ٧س ص − ص ع

٢١س ع = ٧س ص

ص = $\frac{\text{٢١س ع}}{\text{٧س}}$ = ٣ع ← ص ∝ ع

---

(٤١) إذا كانت ص ∝ $\sqrt[3]{\text{س}}$ وكانت ص = ٦ عندما س = ٢٧ أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة س عندما ص = ١٦

الحل

ص ∝ $\sqrt[3]{\text{س}}$ ⇐ ص = م $\sqrt[3]{\text{س}}$

عند س = ٢٧، ص = ٦ ⇐ $\frac{٦}{٣} = \frac{\text{م} \times ٣}{٣}$ ÷٣

م = ٢

ص = ٢ $\sqrt[3]{\text{س}}$ العلاقة بين ص ، س

عندما ص = ١٦ ⇐ ١٦ = ٢ $\sqrt[3]{\text{س}}$ ÷ ٢

$\sqrt[3]{\text{س}}$ = ٨ ⇐ س = ٥١٢

---

(٤٢) إذا كانت: ص = أ − ٩ ، ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$ حيث أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = ١

الحل

ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$ ⇐ ص = $\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$

ص = أ − ٩

$\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$ = أ − ٩

$\frac{\text{م}}{\frac{٤}{٩}}$ = ١٨ − ٩

م = $\frac{٤}{٩}$ × ٩ = ٤

ص = $\frac{٤}{\text{س}^٢}$

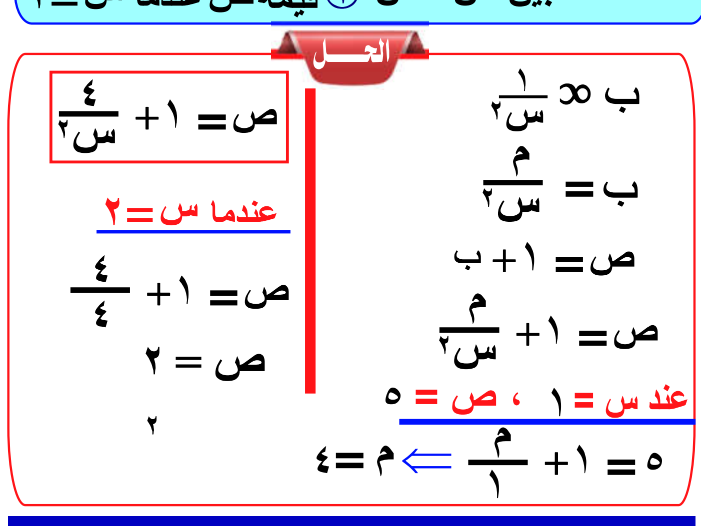
عندما س = ١

ص = $\frac{٤}{١}$ = ٤

---

(٤٣) إذا كانت: ص = ١ + ب ، ب ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$ حيث س = ١ عندما ص = ٥ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = ٢

الحل



ب ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$

ب = $\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$

ص = ١ + ب

ص = ١ + $\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$

عند س = ١ ، ص = ٥

٥ = ١ + $\frac{\text{م}}{١}$ ⇐ م = ٤

ص = ١ + $\frac{٤}{\text{س}^٢}$

عندما س = ٢

ص = ١ + $\frac{٤}{٤}$

ص = ٢

٢

---

(٤٤) من بيانيات الجدول المقابل :

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

① بين نوع التغير بين ص ، س
② أوجد ثابت التناسب
③ أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

① نوع التغير بين ص ، س عكسى

② ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ⇐ ص = $\frac{\text{م}}{\text{س}}$

عند س = ٢ ، ص = ٦ ⇐ ٦ = $\frac{\text{م}}{٢}$

م = ١٢

∴ ثابت التناسب = ١٢

③ ص = $\frac{١٢}{\text{س}}$

عندما س = ٣ ⇐ ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤



(٤٥) أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ١٢ ، ١٣ ، ١٦، ١٨، ٢١

الحل :

س	س - $\bar{س}$	(س – $\bar{س}$)^2
١٢	٤ـ	١٦
١٣	٣ـ	٩
١٦	٠	٠
١٨	٢	٤
٢١	٥	٢٥
٨٠		٥٤

الوسط الحسابى :

$\bar{س} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$

الانحراف المعيارى :

$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^2}{ن}}$

$= \sqrt{\frac{٥٤}{٥}} \simeq ٣,٢٨٦$

(٤٦) الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق

عدد الوحدات	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

الحل :

س	ك	س×ك	(س–$\bar{س}$)	(س–$\bar{س}$)^2	(س–$\bar{س}$)^{2}ك
٠	٣	٠	٣ـ	٩	٢٧
١	١٦	١٦	٢ـ	٤	٦٤
٢	١٧	٣٤	١ـ	١	١٧
٣	٢٥	٧٥	٠	٠	٠
٤	٢٠	٨٠	١	١	٢٠
٥	١٩	٩٥	٢	٤	٧٦
	١٠٠	٣٠٠			٢٠٤

الوسط الحسابى: $\bar{س} = \frac{\text{مج}\, س \times ك}{\text{مج}\, ك} = \frac{٣٠٠}{١٠٠} = ٣$

الانحراف المعيارى:

$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^2 \times ك}{\text{مج}\, ك}} = \sqrt{\frac{٢٠٤}{١٠٠}}$

$\simeq ١,٤٢٨$

(٤٧) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري

المجموعات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –
التكرار	٢	٣	١٨	٧	١٠

الحل :

م	س	ك	س × ك	(س–$\bar{س}$)	(س–$\bar{س}$)^2	(س–$\bar{س}$)^{2}ك
٠ –	٥	٢	١٠	٢٥ـ	٦٢٥	١٢٥٠
١٠ –	١٥	٣	٤٥	١٥ـ	٢٢٥	٦٧٥
٢٠ –	٢٥	١٨	٤٥٠	٥ـ	٢٥	٤٥٠
٣٠ –	٣٥	٧	٢٤٥	٥	٢٥	١٧٥
٤٠ –	٤٥	١٠	٤٥٠	١٥	٢٢٥	٢٢٥٠
		٤٠	١٢٠٠			٤٨٠٠

الوسط الحسابى: $\bar{س} = \frac{\text{مج}\, س \times ك}{\text{مج}\, ك} = \frac{١٢٠٠}{٤٠} = ٣٠$

الانحراف المعيارى :

$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج}(س - \bar{س})^2 \times ك}{\text{مج}\, ك}}$

$= \sqrt{\frac{٤٨٠٠}{٤٠}} \simeq ١٠,٩٥$





تمارين إضافيه

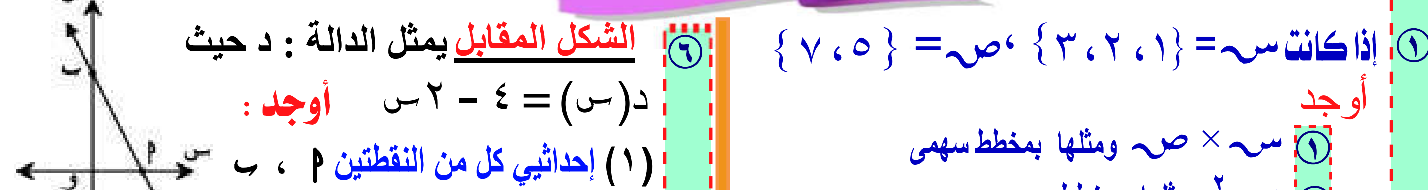
① إذا كانت س = {١، ٢، ٣}، ص = {٥، ٧}
أوجد
① س × ص ومثلها بمخطط سهمي
② س^{٢} ومثلها بمخطط سهمي
③ ن(ص × س)

② إذا كانت س = {٥، ٤}، ص = {٢، ٥، ٣}، ع = {٤، ٧} أوجد
① (س ∩ ص) × ع
② (س ∪ ص) × (س ∩ ع)
③ (ع − س) × ص

③ إذا كانت س = {١، ٢، ٣}، ص = {١، ٤، ٧، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن "أ = $\sqrt{ب}$" لكل أ ∈ س، ب ∈ ص
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا؟ ولماذا؟
وإذا كانت دالة أوجد مداها

④ إذا كانت س = {$\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٢}$، ١، ٢، ٣} وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعني أن "أ ب = ١" لكل أ، ب ∈ س
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا؟ ولماذا؟
وإذا كانت دالة أوجد مداها

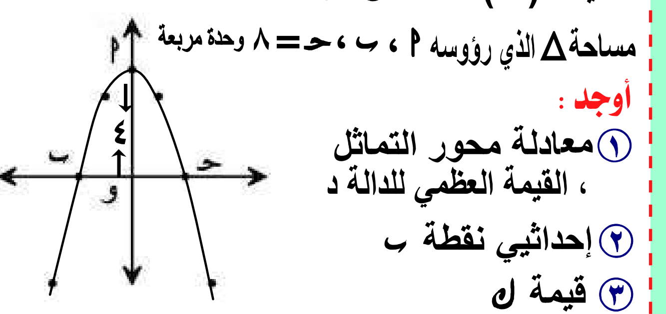
⑤ إذا كانت س = {١، ٢، ٣}، ص = {ص: ص ∈ ط، ٢ ≤ ص < ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن "ب = أ^{٢} + ١" لكل أ ∈ س، ب ∈ ص
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا؟ ولماذا؟



⑥ الشكل المقابل يمثل الدالة: د حيث
د(س) = ٤ − ٢ س أوجد:
(١) إحداثيي كل من النقطتين أ ، ب
(٢) مساحة سطح Δ أ و ب

⑦ مثل بيانيا كل من الدوال الاتيه، و من الرسم استنتج احداثى راس المنحنى، و معادلة محور التماثل، و القيمة العظمى أو الصغرى للدالة حيث س
(١) د(س) = س^{٢} − ٢ س متخذا س ∈ [-٢ ، ٤]
(٢) د(س) = س(س − ٢) − ٣ متخذا س ∈ [-٢ ، ٤]

⑧ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة التربيعية د حيث د(س) = ٤ − ك س^{٢}، ك ثابت ≠ صفر
مساحة Δ الذي رؤوسه أ ، ب ، حـ = ٨ وحدة مربعة



أوجد:
① معادلة محور التماثل، القيمة العظمى للدالة د
② إحداثيي نقطة ب
③ قيمة ك

⑨ إذا كان منحنى الدالة د: حيث د(س) = م − س^{٢} يقطع محور السينات في النقطة (-٢ ، ب)
أوجد قيمة: م^{ب} + ٢ م

⑩ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

⑪ أوجد العدد الذى إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدى النسبة ٤٩ : ٦٩ أصبحت ٢ : ٣

⑫ إذا كانت $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

⑬ اذا كان أ : ب : جـ = ٥ : ٧ : ٣ و كان أ + ب = ٢٧,٦
فأوجد قيمة كل من : أ ، ب ، جـ

(١٤) إذا كان $٢أ = ٣ب = ٤جـ$ فأوجد أ : ب : جـ

(١٥) إذا كان: $٣أ = ٦ب = ٤جـ$

أوجد قيمة المقدار $\frac{أ + ب - جـ}{٣ب + جـ - أ}$

(١٦) إذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{١٢ - ب + ٥جـ}{٣س}$ فأوجد قيمة س

(١٧) إذا كان $\frac{س}{٢أ + ب} = \frac{ص}{٢ب - جـ} = \frac{ع}{٢جـ - أ}$

أثبت أن $\frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - جـ} = \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$

(١٨) إذا كان: $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{ب + جـ}{٦} = \frac{أ + جـ}{٥}$

أثبت أن $\frac{أ}{أ + ب + جـ} = \frac{١}{٧}$

(١٩) إذا كانت ص وسط متناسب بين س ، ع

إثبت أن $\frac{س ع}{ص(ص + ع)} = \frac{س}{س + ص}$

(٢٠) إذا كان $٥أ = ٣ب$ فأوجد قيمة $\frac{٧أ + ٩ب}{٤أ + ٢ب}$

(٢١) إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، جـ

إثبت أن $\frac{أ - جـ}{ب + جـ} = \frac{ب - جـ}{جـ}$

(٢٢) (أ) إذا كان أ، ب ، جـ، د فى تناسب متسلسل

أثبت أن : $\frac{أ + ب + جـ}{أ - د} = \frac{أ - ب}{أ - ٢ب + جـ}$

(ب) إذا كان أ، ب ، جـ، د فى تناسب

أثبت أن : $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{جـ^٢}{د^٢} = \frac{٢أ^٢}{ب^٢}$

(٢٣) إذا كان $\frac{س}{٧} = \frac{ص}{٣}$ إثبت أن

$(٢س - ٣ص)$، $(س + ٢ص)$ ، ١٠، ٢٦ متناسبة

(٢٤) أوجد العدد الذى إذا أضيف الى كل من الأعداد

٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

(٢٥) إذا كانت أ ∝ ب وكانت أ = ٣ عندما ب = ٢؟ فأوجد

العلاقة بين أ ، ب ، قيمة أ عندما ب = $\frac{٢}{٣}$

(٢٦) إذا كانت ص ∝ (س+١)، وكانت ص = ٢؟

عندما س = ٣ أوجد العلاقة بين س، ص

(٢٧) إذا كانت: ص = أ + ٥ ، أ ∝ س

حيث أ = ٦ عندما س = ٢

أوجد ① العلاقة بين ص ، س

② قيمة س عندما ص = ٨

(٢٨) إذا كانت ص = أ + ٧ و كانت أ تتناسب

عكسياً مع مربع س ، أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد

قيمة ص عندما س = ٦

(٢٩) إذا كانت $س^٢ص^٢ - ٨ س ص + ١٦ = ٠$

أثبت أن : ص تتغير عكسياً مع س

(٣٠) أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ١٥، ٣٠، ٦، ١٨، ١٦

(٣١) التوزيع التكراري التالي يوضح عدد الأهداف التي سجلت في عدد من مباريات كرة القدم

عدد الأهداف	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد المباريات	١	٤	٦	٩	٥	٣	٢

احسب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري.

(٣٢) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري

المجموعات	٠ −	١٠ −	٢٠ −	٣٠ −	٤٠ −
التكرار	٢	٣	١٨	٧	١٠





حساب المثلثات
و
الهندسة التحليلية



المراجعة النهائية

السؤال الأول اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

(١) إذا كانت جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س قياس زاوية حادة فإن س = ... °

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

(٢) ظا ٤٥° = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

(٣) ظا ٤٥° جا ٣٠° = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٤) ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠ = ...

(أ) جا ٦٠ (ب) جتا ٦٠ (جـ) ظا ٦٠ (د) ٢ جا ٦٠

(٥) المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم فيكون جا أ جتا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٩}{٢٥}$ (جـ) $\frac{١٢}{٢٥}$ (د) $\frac{١٦}{٢٥}$

(٦) ٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) $\sqrt{٣}$

(٧) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب يكون جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جا جـ (جـ) ٢ جا ب (د) ٢ جتا أ

(٨) إذا كان ظا ٣س = $\sqrt{٣}$ حيث ٣س قياس زاوية حادة فإن س = ...°

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

(٩) إذا كان جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(١٠) إذا كان ظا (س+١٠) = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ١١ (ب) ٤٥ (ج) ٣٥ (د) ٤٠

(١١) إذا كان جا٢س = ٠,٥ وكانت س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ١٥ (ج) ٤٥ (د) ٦٠

(١٢) إذا كان جا هـ = جتا هـ فإن ق(∠هـ) = ...

(أ) ٦٠ (ب) ٤٥ (ج) ٣٠ (د) ٩٠

(١٣) ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (ج) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (د) $\frac{1}{\text{جتا أ}}$

(١٤) س زاوية حادة موجبة ، ٢ جا س − ١ = ٠ فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

(١٥) س , ص زاويتان متتامتان فإذا كانت جا س = $\frac{3}{5}$ فإن جتا ص = ...

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{5}{3}$

(١٦) جتا هـ ظا ٣٠° = جتا^2 ٤٥° فإن ق(∠هـ) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

(١٧) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في جـ يكون جا ب + جتا ب ١

(أ) = (ب) < (ج) > (د) ≥

(١٨) جا^2 ٦٠ − جتا^2 ٦٠ = ... °

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

(١٩) لأى زاويتين حادتين س ، ص إذا كان جاس = جتاص فإن س + ص = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠



(٢٠) إذا كان جا(٢س+١٠) = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن س = ...

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٦٠

(٢١) جا ٦٠° + جتا ٣٠° + ظا ٦٠° = ...

(أ) - $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ $\sqrt{٣}$ (ج) $\sqrt{٣}$ (د) ٢ $\sqrt{٣}$

(٢٢) إذا كانت ظا $\frac{٣س}{٢}$ = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٦٠ (ب) ٤٥ (ج) ٣٠ (د) ١٠

(٢٣) Δ أ ب حـ فيه ق(∠ب) = ٩٠°، ٣ظاحـ-٤=٠ فإن ٢٥جاحـ جتاحـ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٢٥ (د) ١٢

(٢٤) إذا كان ق(∠أ) = ٧٥ ° ، جا ب = جتا أ حيث ب زاوية حادة فإن ق(∠ب) = ...°

(أ) ٧٥ (ب) ١٠٥ (ج) ١٥ (د) ٤٥

(٢٥) إذا كان جا (س + ٥) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ٥) زاوية حادة فإن ظا (س + ٢٠) = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (ب) ١ (ج) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٢٦) Δ أ ب جـ القائم في أ، ظا ب = ١ فإن ظا جـ جا جـ جتا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٢٧) في Δ أ ب جـ القائم في ب : إذا كان جا جـ = $\frac{٣}{٥}$ ، أ ب = ٦ سم فإن مساحة Δ أ ب جـ = ...سم٢

(أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (ج) ٢٤ (د) ١٢

(٢٨) في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم فإن جا أ = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{١٢}{٥}$ (ج) $\frac{١٢}{١٣}$ (د) $\frac{٥}{١٣}$

(٢٩) اذا كان ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ فان ظا ٢ س = ...

(أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ب) ١ (ج) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

(٣٠) في الشكل المقابل : ٢ ظا ب = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(٣١) أ ب جـ د مربع فيه هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ ، $\frac{ب هـ}{ب جـ} = \frac{١}{٣}$ فإن ظا (هـ أ د)=......

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{١٠}}$ جـ) $\frac{٣}{\sqrt{١٠}}$ د) ٣

(٣٢) إذا كانت جتا هـ ≃ ٠,٨٦٧٦ حيث هـ زاوية حادة فإن ق (∠ هـ) = ... ً ...... َ ..... °

أ) ٩ ً ٣٦ َ ٣٢° ب) ٩ ً ٤٩ َ ٢٩° جـ) ١٩ ً ٣٦ َ ٤٤° د) ٨ ً ٣٦ َ ٢٥°

(٣٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ فإن ظا جـ = ...

أ) $\sqrt{٣}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٣٤) الشكل المقابل أربعة مربعات متطابقة فإن ظا س = ...

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٥}$ د) $\frac{٥}{٢}$

(٣٥) Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ومتساوى الساقين فإن: ظا جـ = ...

أ) ١ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٣٦) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = ...

أ) ١ ب) ـ ١ جـ) صفر د) غير معرف

(٣٧) ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = ...

أ) ١ ب) ـ ١ جـ) صفر د) غير معرف

(٣٨) بعد النقطة (٣ ، ـ٥) عن محور السينات = ... وحدة طول

أ) ٣ ب) ـ ٥ جـ) ٥ د) $\sqrt{٣٤}$

(٣٩) البعد بين النقطتين (٤ ، ٣) ، (ـ٣ ، ـ٤) = ... وحدة طول

أ) ١٠ ب) ٧ جـ) ٧$\sqrt{٢}$ د) ٥

(٤٠) البعد بين النقطتين (٢ ، ٠) ، (٥ ، ٠) = ... وحدة طول

أ) ٧ ب) $\sqrt{٢٩}$ جـ) ٣ د) ٣$\frac{١}{٢}$

(٤١) بعد النقطة (ـ ٣ ، ٤) عن نقطة الأصل = ... وحدة طول

أ) ـ ٣ ب) صفر جـ) ٥ د) ٤

(٤٢) إذا كانت أ(٢ ، ـ ١) ، ب (٥ ، ٣) فإن أ ب = ... وحدة طول

أ) ٥ ب) ٧ جـ) ٢٥ د) ١

(٤٣) منتصف أ ب حيث أ (٦ ، ١) ، ب (ـ ٢ ، ٣) هو ....

أ (٤ ، ٢)　ب (٢ ، ٢)　جـ (٤ ، ٤)　د (٨ ، ٤)

(٤٤) إذا كانت (٣ ، ـ ١) هى منتصف أب حيث أ (م ، ٢) ، ب (١٠ ، هـ) فإن م + هـ = ...

أ ٤　ب −٨　جـ ٨　د −٤

(٤٥) إذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة الطول فإن م = ...

أ ١　ب - ١　جـ ± ١　د صفر

(٤٦) دائرة مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣ ، ـ ٤) تكون مساحتها .... π سم^٢

أ ٥　ب ٢٥　جـ ١٠　د ٧

(٤٧) النقطة (٠ ، ٤) تنصف البعد بين النقطتين (ـ ١ ، ـ ١) ، (س ، ص) فإن (س ، ص) = ...

أ (١ ، ٩)　ب (ـ ١ ، ٩)　جـ (ـ ١ ، ٣)　د (١ ، ـ ٣)

(٤٨) البعد العمودي بين المستقيمين ص − ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوى ....

أ ٢　ب ٣　جـ ١　د ٥

(٤٩) إذا كان $\overline{أب}$ قطراً فى الدائرة حيث أ (٣ ، ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن : مركز الدائرة هو ....

أ (٤ ، −٢)　ب (٤ ، ٣)　جـ (٢ ، ٢)　د (٨ ، −٢)

(٥٠) إذا كان أ ب جـ د معين وكان أ (٢ ، - ٥) ، ب (- ١ ، - ١) فإن : محيط المعين أ ب جـ د = ...

أ ٥　ب ٢٠　جـ ٢٥　د ١٠

(٥١) إذا كانت أ (٠ ، ٩) ، ب (٥ ، ٧) ، جـ (٥ ، هـ) هي رءوس مثلث قائم الزاوية في جـ فإن هـ = ...

أ ٥　ب - ٥　جـ ٧　د ٩

(٥٢) مستقيمان متوازيان ميلاهما م$_١$ ، م$_٢$ وكان م$_١$ = $\frac{٣}{٤}$ فإن: م$_٢$ = ...

أ $\frac{٣}{٤}$　ب $\frac{-٣}{٤}$　جـ $\frac{٤}{٣}$　د $\frac{-٤}{٣}$

(٥٣) إذا كان: $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-١}{٣}$ فإن: ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

أ $\frac{١}{٣}$　ب $\frac{-١}{٣}$　جـ −٣　د ٣

(٥٤) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{ك}{٦}$ متوازيان فإن : ك = ...

أ ٢　ب ـ ٢　جـ ٦　د ٣

(٥٥) المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥° ميله = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) ٣ (د) $\sqrt{٣}$

(٥٦) إذا كان المستقيمان ٤س - ٣ص - ٣ = ٠ ، ك ص + ٣س - ٨ = ٠ متعامدان فإن ك = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ٣ (د) -٣

(٥٧) إذا كان المستقيمان : ٤س - ٣ص - ٣ = ٠ ، ك س + ٤ص + ٦ = ٠ متوازيان فإن ك = ...

(أ) -٤ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) $-\frac{١٦}{٣}$

(٥٨) ميل المستقيم ص = ٥ - ٣س هو ....

(أ) ٥ (ب) -٣ (ج) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

(٥٩) المستقيم الذى معادلته س - ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ١٣٥

(٦٠) المستقيم ٣ص = ٤س - ١٢ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .... وحده

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٤ (د) -٤

(٦١) ميل المستقيم الذي معادلته ٢ص = ٦س + ٢ هو ....

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٦ (د) ١

(٦٢) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٢س + ٣ص = ٦ تساوى .... وحدة مربعة

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

(٦٣) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الأصل هي ....

(أ) س = ١ (ب) ص = ١ (ج) ص = س (د) ص = - س

(٦٤) المستقيم ٣ص = ٥س + ١٥ يقطع من محور السينات جزء طوله........ وحدة طول

(أ) ٥ (ب) -٥ (ج) ٣ (د) -٣

(٦٥) ميل المستقيم العمودي على المستقيم ٣ س + ٤ ص - ٧ = ٠ يساوي ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $-\frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٤}{٣}$ (د) $-\frac{٤}{٣}$

(٦٦) Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب فيه أ (١ ، ٥) ، ب (٠ ، ١) فإن ميل $\overleftrightarrow{بح}$ = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) $\frac{١}{٤}$ (د) $-\frac{١}{٤}$

(٦٧) معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات و يمربالنقطة (١ ، ٣) هي ......

(أ) ص = ٣ (ب) ص = -١ (ج) س = ٣ (د) س = ١

(٦٨) ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٣،٢)،(١ ، ٣) هو......

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $-\frac{1}{2}$ (ج) -٢ (د) ٢

(٦٩) المستقيمان ص=٣س+١ ، ٢ص= ٦س +٥ هما مستقيمان ....

(أ) متوازيان (ب) متعامدان (ج) منطبقان (د) متقاطعان

(٧٠) إذا كان المستقيم ص =٢س + ك يمر بالنقطة (٢،٢) فإن ك = ...

(أ) ٠ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ٤

(٧١) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ وحدات فإن النقطة التي تنتمي للدائرة هي .....

(أ) (٦ ، ٠) (ب) (٠ ، -٦) (ج) ($\sqrt{8}$ ، ١) (د) (١ ، $\sqrt{5}$)

(٧٢) المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوي ظا ٤٥° فتكون ص = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) ٢ (د) ٤

(٧٣) معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويقطع ٤ وحدات من محور الصادات الموجب هى.....

(أ) ص=٤س +٢ (ب) س=٤ص+٢ (ج) ص=٢س+٤ (د) س=٢ص+٤

(٧٤) فى الشكل المقابل : معادلة المستقيم ل هى ....

(أ) س = ١ (ب) ص= ١ (ج) ص= س (د) ص = - س

(٧٥) معادلة محور الصادات هى ......

(أ) س = ٠ (ب) ص= ٠ (ج) س= ص (د) س = - ص

(٧٦) النقط (-٣ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، (٣ ، ٠) هى رؤوس مثلث ....

(أ) مختلف الأضلاع (ب) متساوى الأضلاع (ج) منفرج الزاوية (د) قائم الزاوية ومتساوى الساقين

(٧٧) النقط (٠،٠) ، (٣،٠) ، (٠،٤) تكون ....

(أ) مثلث منفرج الزاوية (ب) مثلث قائم الزاوية (ج) مثلث حاد الزوايا (د) على استقامة واحدة

(٧٨) المستقيم $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٢} = ١$ يقطع من محور السينات جزء طوله........وحدة طول

(أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٦

السؤال الثاني

الأسئلة المقالية

(١) إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكل منهما

الحل

نفرض قياس الزاويتين ٣س ، ٥س

٣س + ٥س = ١٨٠

$\frac{٨}{٨}$ س = $\frac{١٨٠}{٨}$ ÷ ٨

س = ٢٢,٥

قياس الزاوية الأولى = ٣ × ٢٢,٥ = ٦٧° ٣٠َ

قياس الزاوية الثانية = ٥ × ٢٢,٥ = ١١٢° ٣٠َ

(٢) أ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب ، أ جـ = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم

اثبت أن جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ = ١

ثم أوجد جا² أ - جتا² أ

الحل

أب = $\sqrt{١٦٩ - ١٤٤}$ = ٥ سم

جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ

= $\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$ = ١

جا² أ - جتا² أ =

$(\frac{١٢}{١٣})^٢ - (\frac{٥}{١٣})^٢ = \frac{١١٩}{١٦٩}$

جا جـ = $\frac{٥}{١٣}$

جتا جـ = $\frac{١٢}{١٣}$

ظا جـ = $\frac{٥}{١٢}$

(٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ فيه أ جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد :

١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب ٢) ق ($\hat{ب}$)

الحل

أب = $\sqrt{٣٦+٦٤}$ = ١٠

١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب

= $\frac{٦}{١٠} \times \frac{٨}{١٠} - \frac{٨}{١٠} \times \frac{٦}{١٠}$ = صفر

∵ جتا ب = $\frac{٨}{١٠}$ shift cos

ق ($\hat{ب}$) = ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

جا ب = $\frac{٦}{١٠}$

جتا ب = $\frac{٨}{١٠}$

ظا ب = $\frac{٦}{٨}$

(٤) أ ب جـ Δ فيه : أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم إثبت أن : حا ب + حتا جـ = ١,٤

الحل

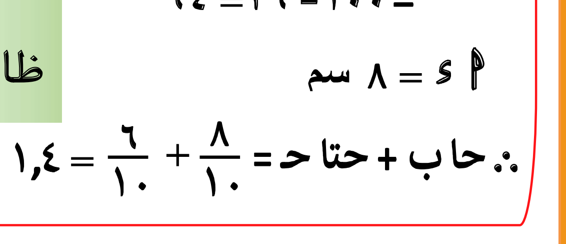
العمل : نرسم أ ء ⊥ ب جـ

∵ أ ب = أ جـ

∴ ء منتصف ب جـ

∴ ء ب = ء جـ = ٦ سم

في Δ أ ء جـ القائم الزاوية في ء



(أ ء)² = (أ جـ)² - (ء جـ)²

= ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤

أ ء = ٨ سم

∴ حا ب + حتا جـ = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$ = ١,٤

حا جـ = $\frac{٨}{١٠}$

حتا جـ = $\frac{٦}{١٠}$

ظا جـ = $\frac{٨}{٦}$



⑤ فى الشكل المقابل:

أوجد

$$\frac{\text{ظا}(\angle \text{حـ}ا\text{ء}) + \text{ظا}(\angle \text{ب}ا\text{ء})}{\text{ظا}(\angle \text{حـ}ا\text{ء}) - \text{ظا}(\angle \text{ب}ا\text{ء})}$$

الحل

$ا\text{ء} = \sqrt{(15)^2 - (9)^2} = \sqrt{144} = 12$

$\text{ب ء} = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = \sqrt{25} = 5$

ظا (∠حـ ا ء) $= \frac{9}{12}$

ظا (∠ب ا ء) $= \frac{5}{12}$

المقدار $= \dfrac{\frac{9}{12} + \frac{5}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

⑥ في الشكل المقابل:

ا ب حـ Δ قائم الزاوية في ا ، $\overline{\text{وهـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

، هـ منتصف ب حـ

، ا و = ٥ سم

، ب و = ١٣ سم

أوجد: ظا (ج)

الحل

العمل: نرسم $\overline{\text{وحـ}}$

∵ هـ منتصف ب حـ ، $\overline{\text{وهـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ وب = وحـ = ١٣ سم

Δ ا و حـ

$\text{ا حـ} = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$

ظا (ج) $= \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

⑦ ا ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{ا ء}} // \overline{\text{ب حـ}}$

، ق (ب) = ٩٠° ، ا ب = ٣ سم ، ا ء = ٦ سم

، ب حـ = ١٠ سم إثبت أن :

حتا (ء حـ ب) − ظا (ا حـ ب) $= \frac{1}{2}$

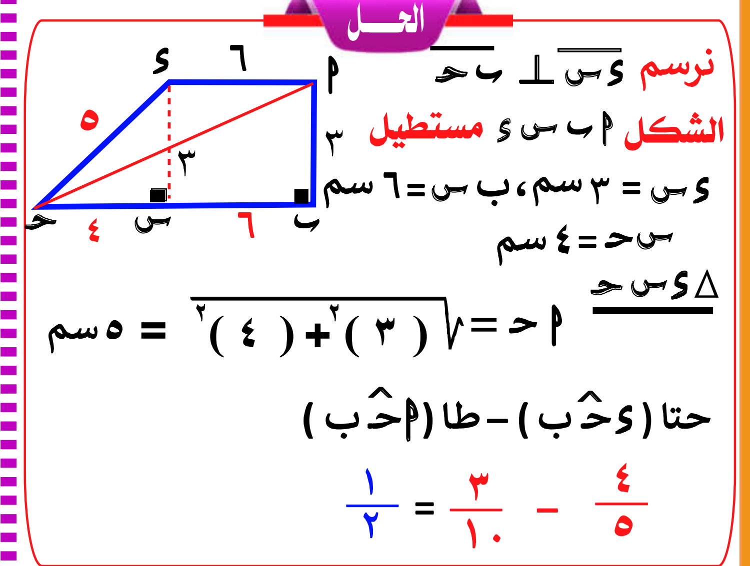
الحل

نرسم $\overline{\text{ء س}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

الشكل ا ب س ء مستطيل

ء س = ٣ سم ، ب س = ٦ سم

س حـ = ٤ سم



Δ ء س حـ

$\text{ء حـ} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$ سم

حتا (ء حـ ب) − ظا (ا حـ ب)

$\frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$

⑧ في الشكل المقابل: ا ب حـ ء مستطيل

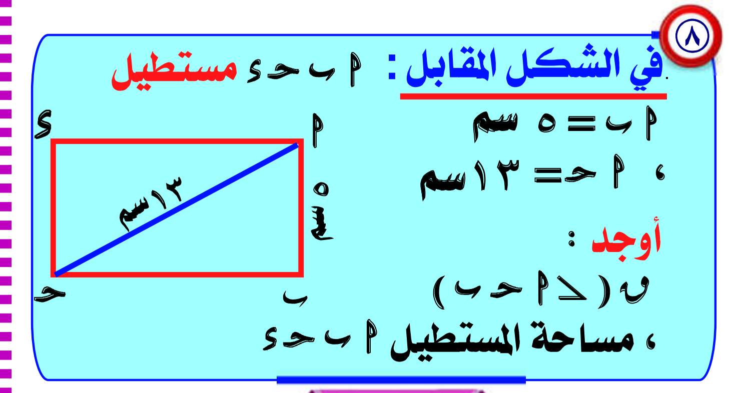
ا ب = ٥ سم

، ا حـ = ١٣ سم

أوجد :

ق (∠ ا حـ ب)

، مساحة المستطيل ا ب حـ ء



الحل

Δ ا ب حـ

$\text{ب حـ} = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$ سم

ظا (∠ ا حـ ب) $= \frac{5}{13}$ shift tan

ق (∠ ا حـ ب) = ١٥ ٢٢ ٢١°

، مساحة المستطيل ا ب حـ ء = ٥ × ١٢

= ٦٠ سم^2

(٩) أ ب حـ مثلث متساوي الاضلاع ، طول ضلعه ٥ سم
، أ ء = ١ سم
ء هـ ⊥ ب حـ

أوجد : ظا (∠ ء حـ هـ)

الحل

Δ ء ب هـ فيه ق (هـ) = ٩٠° ، ق (ب) = ٦٠° ، ق (ب ء هـ) = ٣٠°

ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ء ب = ٢ سم

ء هـ = $\sqrt{(٤)^٢ - (٢)^٢}$ = ٢ $\sqrt{٣}$

هـ حـ = ٣ سم

ظا (∠ ء حـ هـ) = $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$

(١٠) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

① جتا ٦٠° جا ٣٠° ـ جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^٢ ٣٠°

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = $-\frac{١}{٢}$

② جا ٤٥ جتا ٤٥ + جا ٣٠ جتا ٦٠ ـ جتا^٢ ٣٠

$\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = صفر

(١١) بدون استخدام الآلة اثبت أن :

جتا^٢ ٣٠° ـ جا^٢ ٣٠° = جتا ٦٠°

الحل

الطرف الأيمن = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ - (\frac{١}{٢})^٢$ = $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر = $\frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان

(١٢) بدون استخدام الآلة اثبت أن :

جا^٢ ٣٠° = ٥ جتا^٢ ٦٠° ـ ظا^٢ ٤٥°

الحل

الطرف الأيمن = جا^٢ ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = ٥ جتا^٢ ٦٠ ـ ظا^٢ ٤٥ = ٥ × $(\frac{١}{٢})^٢ - (١)^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(١٣) بدون استخدام الآلة اثبت أن :

ظا ٦٠° = $\frac{٢ \text{ ظا } ٣٠°}{١ - \text{ظا}^٢ ٣٠°}$

الحل

الطرف الأيمن = ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

الطرف الأيسر = $\frac{٢ \text{ ظا } ٣٠}{١ - \text{ظا}^٢ ٣٠}$ = $\frac{٢ \times \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - (\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢}$ = $\sqrt{٣}$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(١٤) بدون استخدام الآلة اثبت أن :

ظا^٢ ٦٠ ـ ظا^٢ ٤٥ = جا^٢ ٦٠ + جتا^٢ ٦٠ + ٢ جا ٣٠

الحل

الطرف الأيمن = $(\sqrt{٣})^٢ - (١)^٢$ = ٣ ـ ١ = ٢

الطرف الأيسر = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (\frac{١}{٢})^٢ + ٢ \times \frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} + ١ = ٢$

∴ الطرفان متساويان

(١٥) أوجد قيمة س

إذا كان : ظا س = جا^٢ ٦٠ + جتا^٢ ٦٠

الحل

ظا س = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} = ١$

∴ س = ٤٥°

(١٦) أوجد قيمة س

إذا كان : $س \; حا ٣٠ \; حتا^{٢} ٤٥ = حا^{٢} ٦٠$

الحل

$$س \times \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$$

$$\frac{١}{٤} س = \frac{٣}{٤} \xLeftarrow{\times ٤} \quad س = ٣$$

(١٧) أوجد قيمة س

إذا كان : $\sqrt{٣} \; ظا س = ٤ \; حا ٦٠ \; حتا ٣٠$

الحل

$$\sqrt{٣} \; ظا س = ٤ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\sqrt{٣} \; ظا س = ٣ \Longleftarrow ظا س = \frac{٣}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣}$$

$$س = ٦٠$$

(١٨) أوجد قيمة س

إذا كان : $جا س = \frac{حا ٦٠° \; جا ٣٠°}{ظا ٤٥° \; جا^{٢} ٤٥°}$

الحل

$$جا س = \frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢}}{١ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}} = \frac{\sqrt{٣}}{٤} \div \frac{١}{٢}$$

$$جا س = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \Longleftarrow س = ٦٠°$$

(١٩) أ ب ح △ فيه : أ ب = أ ح = ١٢,٦ سم ، ق (ح) = ٢٤َ ٨٤° أوجد طول $\overline{ب ح}$

الحل

العمل : نرسم $\overleftarrow{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

∵ أ ب = أ ح ، $\overleftarrow{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

∴ ء منتصف $\overline{ب ح}$

∵ △ أ ء ح قائم في ء

$$∴ جتا (٢٤َ ٨٤°) = \frac{ء ح}{١٢,٦}$$

$$ء ح = ١٢,٦ \times جتا (٢٤َ ٨٤°) \simeq ١,٢$$

$$ب ح = ١,٢ \times ٢ \simeq ٢,٤ \text{ سم}$$

(٢٠) أثبت أن : أ (٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، ح (٢ ، −٢) تقع على دائرة مركزها م (−١ ، ٢)

ثم أوجد محيط الدائرة ومساحتها

الحل

$$م أ = \sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (٢ + ١)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ وحدة طول}$$

$$م ب = \sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ وحدة طول}$$

$$م ح = \sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (٢ + ٢)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ وحدة طول}$$

∵ م أ = م ب = م ح = ٥ وحدة طول

∴ النقط أ ، ب ، ح تقع على دائرة مركزها م

محيط الدائرة = $٢ \pi نق = ١٠ \pi$ وحدة طول

مساحة الدائرة = $\pi نق^{٢} = ٢٥ \pi$ وحدة مربعة

(٢١) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه

أ (١ ، ٤) ، ب (−١ ، −٢) ، ح (٢ ، −٣)

قائم الزاوية في ب ثم احسب مساحته

الحل

$$أ ب = \sqrt{(١ + ١)^{٢} + (٤ + ٢)^{٢}} = \sqrt{٤٠} \text{ وحدة طول}$$

$$ب ح = \sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (-٢ + ٣)^{٢}} = \sqrt{١٠} \text{ وحدة طول}$$

$$أ ح = \sqrt{(١ - ٢)^{٢} + (٤ + ٣)^{٢}} = \sqrt{٥٠} \text{ وحدة طول}$$

$$(أ ح)^{٢} = ٥٠ \quad ، \quad (أ ب)^{٢} + (ب ح)^{٢}$$

$$٤٠ + ١٠ = ٥٠$$

$$∵ (أ ح)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ح)^{٢}$$

△ أ ب ح قائم الزاوية في ب

$$∴ \text{مساحة } △ أ ب ح = \frac{١}{٢} \times \sqrt{٤٠} \times \sqrt{١٠}$$

$$= ١٠ \text{ وحدة مربعة}$$



(٢٢) بين نوع المثلث الذي رؤوسه ا (٣ ، ٣) ، ب (١ ، ٥) ، حـ (١ ، ٣) بالنسبة لأطوال أضلاعه

الحل

ا ب = $\sqrt{(٣-١)^{٢}+(٣-٥)^{٢}}$ = $\sqrt{٨}$ وحدة طول

ب حـ = $\sqrt{(١-١)^{٢}+(٥-٣)^{٢}}$ = ٢ وحدة طول

ا حـ = $\sqrt{(٣-١)^{٢}+(٣-٣)^{٢}}$ = ٢ وحدة طول

∵ ب حـ = ا حـ

⟸ Δ ا ب حـ متساوي الساقين

(٢٣) إذا كانت ا = (١ ، ٢) ، ب = (س ، ٦) وكان طول ا ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحل

∵ ا ب = ٥ وحدات

ا ب = $\sqrt{(س-١)^{٢}+(٦-٢)^{٢}}$ = ٥ بالتربيع

$(س-١)^{٢}$ + ١٦ = ٢٥

$(س-١)^{٢}$ = ٢٥ − ١٦

$(س-١)^{٢}$ = ٩

س − ١ = ٣ أ، س − ١ = −٣

س = ٤ أ، س = −٢

(٢٤) أثبت أن : ا (٤ ، ٣) ، ب (١ ، ١) ، حـ (−٥ ، −٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

ا ب = $\sqrt{(٤-١)^{٢}+(٣-١)^{٢}}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

ب حـ = $\sqrt{(١+٥)^{٢}+(١+٣)^{٢}}$ = ٢$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

ا حـ = $\sqrt{(٤+٥)^{٢}+(٣+٣)^{٢}}$ = ٣$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

∴ ا حـ = ا ب + ب حـ

∴ ا ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

(٢٥) أثبت أن : ا (٣ ، −٢) ، ب (−٥ ، ٠) ، حـ (٠ ، −٧) ، ء (٨ ، −٩) رؤوس متوازي أضلاع

الحل

منتصف $\overline{ا حـ}$ = $\left(\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{-٢-٧}{٢}\right)$ = $\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢}\right)$

منتصف $\overline{ب ء}$ = $\left(\frac{-٥+٨}{٢} ، \frac{٠-٩}{٢}\right)$ = $\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢}\right)$

∵ منتصف $\overline{ا حـ}$ = منتصف $\overline{ب ء}$

∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر

∴ الشكل ا ب حـ ء متوازى أضلاع

(٢٦) ا ب حـ ء متوازي أضلاع فيه : ا (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، −٥) ، حـ (١ ، ٤) أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطريه م و إحداثي نقطة ء

الحل

∵ ا ب حـ ء متوازي أضلاع ⟸ م منتصف $\overline{ا حـ}$

∴ م = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{٢+٤}{٢}\right)$ = (٢ ، ٣)

∵ م منتصف $\overline{ب ء}$ ء (س ، ص)

∴ (٢ ، ٣) = $\left(\frac{٤+س}{٢} ، \frac{-٥+ص}{٢}\right)$

$\frac{٤+س}{٢}$ = ٢	$\frac{-٥+ص}{٢}$ = ٣
٤ + س = ٤	−٥ + ص = ٦
س = ٤ − ٤	ص = ٦ + ٥
س = ٠	ص = ١١

∴ ء (٠ ، ١١)

(٢٧) أوجد مركز الدائرة التى $\overline{ا ب}$ قطر فيها حيث ا (١ ، ٢) ، ب (−٥ ، ٤)

الحل

مركز الدائرة = $\left(\frac{١-٥}{٢} ، \frac{٢+٤}{٢}\right)$

مركز الدائرة = (−٢ ، ٣)

(٢٨) أثبت أن النقط : أ(٣ ، ٤)، ب (٧ ، ٣) ، جـ (- ١ ، - ١) ، د(- ١ ، ٢) هي رؤوس شبه منحرف

الحل

ميل أ ب = (٣ - ٤)/(٧ - ٣) = -١/٤ ، ميل ب جـ = (٣ + ١)/(٧ + ١) = ١/٢

ميل جـ د = (٢ + ١)/(-١ + ١) = ٣/٠ غير معرف ، ميل أ د = (٤ - ٢)/(٣ + ١) = ١/٢

∴ أ ب لا يوازي جـ د ، ∴ ب جـ // أ د

∴ أ ب جـ د شبه منحرف

(٢٩) إذا كان : أ(٢ ، ٤)، ب(-٣ ، ٠)، جـ(-٧ ، ٥) ، ء (-٢ ، ٩) اثبت أن الشكل أ ب جـ ء مربع

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = (٤ - ٠)/(٢ + ٣) = ٤/٥

ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ = (٠ - ٥)/(-٣ + ٧) = -٥/٤

ميل $\overleftrightarrow{جـء}$ = (٥ - ٩)/(-٧ + ٢) = ٤/٥

ميل $\overleftrightarrow{أء}$ = (٤ - ٩)/(٢ + ٢) = -٥/٤

ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ = (٤ - ٥)/(٢ + ٧) = -١/٩

ميل $\overleftrightarrow{بء}$ = (٠ - ٩)/(-٣ + ٢) = ٩

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{جـء}$ ⇐ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـء}$ ⇐ (١)

ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{أء}$ ⇐ $\overleftrightarrow{بجـ}$ // $\overleftrightarrow{أء}$ ⇐ (٢)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ = ٤/٥ × -٥/٤ = -١ ⇐ $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$ (٣)

ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ × ميل $\overleftrightarrow{بء}$ = -١/٩ × ٩ = -١ ⇐ $\overleftrightarrow{أجـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بء}$ (٤)

من (١)، (٢)، (٣)، (٤) ⇐ الشكل أ ب جـ ء مربع

(٣٠) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

ص = م س + جـ

ص = ٢ س + جـ

جـ = ص - ٢ س

= ٠ - ٢ × ١ = -٢

المعادلة هي: ص = ٢ س - ٢

(٣١) أوجد معادلة المستقيم إذا كان ميله = ٢ ويقطع من محور الصادات جزءاً موجباً مقداره ٧ وحدات

الحل

ص = م س + جـ

المعادلة هي : ص = ٢ س + ٧

(٣٢) أوجد معادلة المستقيم إذا كان يمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ١)

الحل

م = (٣ - ١)/(٢ - ٤) = -١

جـ = ص + س

= ٣ + ٢ = ٥

ص = م س + جـ

ص = - س + جـ

المعادلة هي :

ص = - س + ٥

(٣٣) مستقيم ميله ١/٢ ويقطع جزء من الاتجاه الموجب لمحور الصادات طوله وحدتين أوجد ١) معادلة المستقيم ٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

ص = م س + جـ

المعادلة هي :

ص = ١/٢ س + ٢

نضع ص = ٠

١/٢ س + ٢ = ٠

١/٢ س = -٢

س = -٤

نقطة تقاطعه مع محور السينات هي : (-٤ ، ٠)

(٣٤) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على المستقيم س + ٣ص + ١ = ٠

الحل

ميل المستقيم = -١/٣

ميل العمودي عليه = ٣

ص = م س + جـ

ص = ٣ س + جـ

جـ = ص - ٣ س

= ٢ - ٣ × ١ = -١

المعادلة هي :

ص = ٣ س - ١

(٣٥) إذا كان المستقيم ل$_1$ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم ل$_2$ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان متعامدان

الحل

م$_1$ = $\frac{\text{ك} - ١}{٢ - ٣}$ = $\frac{\text{ك} - ١}{-١}$ ، م$_2$ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متعامدان

⟸ م$_1$ × م$_2$ = -١

$\frac{\text{ك} - ١}{-١}$ × ١ = -١ ⟸ ك - ١ = ١

⟸ ك = ١ + ١ = ٢

(٣٦) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣،-٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص - ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

ص = $\frac{-١}{٢}$ س + جـ

المعادلة هى:

ص = $\frac{-١}{٢}$ س - $\frac{٧}{٢}$

م = $\frac{-١}{٢}$

ميل الموازى له = $\frac{-١}{٢}$

جـ = ص + $\frac{١}{٢}$ س

= -٥ + $\frac{١}{٢}$ × ٣ = $\frac{-٧}{٢}$

(٣٧) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى و الصادى جزأين موجبين طوليهما ٤ ، ٩ على الترتيب ثم احسب مساحة المثلث المحصور بين المستقيم و محورى الإحداثيات

الحل

أ = ٤ ، ب = ٩

المعادلة هي :

$\frac{\text{س}}{\text{أ}}$ + $\frac{\text{ص}}{\text{ب}}$ = ١

$\frac{\text{س}}{٤}$ + $\frac{\text{ص}}{٩}$ = ١ × ٣٦

٩ س + ٤ ص = ٣٦

٩ س + ٤ ص - ٣٦ = ٠

∴ مساحة المثلث =

$\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٦ = ٩ وحدة مربعة

حل آخر

ص ، ٩ ، ٤ ، و

المستقيم يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٠،٩)

م = $\frac{٩ - ٠}{٠ - ٤}$ = $\frac{-٩}{٤}$

جـ = ٩

المعادلة هي :

ص = $\frac{-٩}{٤}$ س + ٩

(٣٨) إذا كان أ (-٣ ، ٤)، ب (٥ ، -١) ، جـ (٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة أ و بنقطة منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

الحل

منتصف ب جـ = ($\frac{٥ + ٣}{٢}$ ، $\frac{-١ + ٥}{٢}$) = (٤،٢)

∴ م = $\frac{٢ - ٤}{٤ + ٣}$ = $\frac{-٢}{٧}$

ص = م س + جـ

ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + جـ

المعادلة هى:

ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$

أ ، ب ، جـ

جـ = ص + $\frac{٢}{٧}$ س

= ٢ + $\frac{٢}{٧}$ × ٤ = $\frac{٢٢}{٧}$

(٣٩) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوي ميل المستقيم $\frac{\text{ص} - ١}{\text{س}}$ = $\frac{١}{٣}$ ويقطع من محور الصادات السالب جزء طوله ٣ وحدات

الحل

$\frac{\text{ص} - ١}{\text{س}}$ = $\frac{١}{٣}$ ⟸ س = ٣ص - ٣

⟸ س - ٣ص + ٣ = ٠ ⟸ م = $\frac{-١}{-٣}$ = $\frac{١}{٣}$

جـ = -٣

المعادلة هي : ص = م س + جـ

ص = $\frac{١}{٣}$ س - ٣

(٤٠) أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{\text{س}}{٣}$ + $\frac{\text{ص}}{٤}$ = ١

الحل

$\frac{\text{س}}{٣}$ + $\frac{\text{ص}}{٤}$ = ١ × ١٢

٤س + ٣ص = ١٢

٣ص = -٤س + ١٢

∴ ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٤

∴ الميل = $\frac{-٤}{٣}$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤ وحدات



(٤١) أوجد معادلة محور التماثل $\overline{أب}$ حيث أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = ١

ميل العمودي عليه = −١

منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{٣+٥}{٢}\right)$ = (٢ ، ٤)

ص = م س + جـ

ص = −س + جـ

جـ = ص + س

= ٤ + ٢ = ٦

المعادلة هي :

ص = −س + ٦

(٤٢) إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤ ، ٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (−٥ ، أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ



الحل

∵ Δ س ص ع قائم فى ص

∴ $\overline{س ص}$ ⊥ $\overline{ص ع}$

ميل س ص × ميل ص ع = −١

$\frac{٢ - ٥}{٤ - ٣}$ × $\frac{أ - ٢}{-٥ - ٤}$ = −١

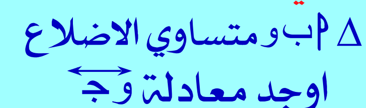
$\frac{-٣}{١}$ × $\frac{أ - ٢}{-٩}$ = −١

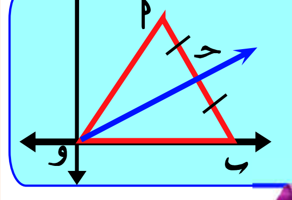
$\frac{أ - ٢}{٣}$ = −١ ⇐ أ − ٢ = −٣

أ = −٣ + ٢ = −١

(٤٣) في الشكل المقابل : Δ أب و متساوي الاضلاع اوجد معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$







الحل

Δ أب و متساوي الاضلاع ، جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{وجـ}$ ⊥ $\overline{أب}$

ق(∠ب) = ٦٠°

∴ ق(∠ب و جـ) = ٣٠°

ميل $\overleftrightarrow{وجـ}$ = ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ص = م س + جـ

جـ = ٠

المعادلة هي :

ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

(٤٤) في الشكل المقابل : جـ (١ ، ٢) هي منتصف أ ب

أوجد (١) إحداثي كل من أ ، ب (٢) مساحة المثلث و أ ب

الحل

نفرض أن أ (٠ ، ص) ، ب (س ، ٠)

∵ جـ منتصف أ ب

∴ (١ ، ٢) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{ص + ٠}{٢}\right)$

$\frac{س}{٢}$ = ١ ← س = ٢ | $\frac{ص}{٢}$ = ٢ ← ص = ٤

أ (٠ ، ٤) ، ب (٢ ، ٠)

مساحة Δ و أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٢ = ٤ وحدة مربعة

(٤٥) فى الشكل المقابل ب(٠ ، ٣) منتصف أ جـ حيث أ(−٤ ، ٠) أوجد إحداثي نقطة جـ ، ظا أ

الحل

∵ ب منتصف أ جـ ، جـ (س ، ص)

∴ (٠ ، ٣) = $\left(\frac{-٤ + س}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

$\frac{-٤ + س}{٢}$ = ٠ | $\frac{ص}{٢}$ = ٣

−٤ + س = ٠ | ص = ٦

س = ٤ ⇐ جـ (٤ ، ٦)

Δ أ ب و

ظا أ = $\frac{٣}{٤}$

ظا أ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ٠}{٠ + ٤}$ = $\frac{٣}{٤}$



تمارين إضافية

① س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع ، س ص = ٢٥ سم ، س ع = ٧ سم أوجد قيمة كل من

(١) ظا س × ظا ص   (٢) جا سَ + جا صَ

② **بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :**

١) حتا ٦٠° = ٢ جتا^{2} ٣٠° - ١

٢) ظا ٦٠° (١ – ظا^{2} ٣٠°) = ٢ ظا ٣٠°

③ **أوجد قيمة س فى كل مما يأتي:**

١) ٤س = جتا^{2} ٣٠° ظا^{2} ٣٠° ظا^{2} ٤٥°

٢) س حا ٤٥° جتا ٤٥° ظا ٦٠° = ظا^{2} ٤٥° - جتا^{2} ٦٠°

④ **أوجد ق (هـ) حيث هـ زاوية حادة:**

١) حا هـ = حا ٤٥° حتا ٣٠° + حتا ٤٥° حا ٣٠°

٢) جا هـ = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

⑤ **في الشكل المقابل:**

Δ أ ب جـ فيه ق (أ̂) = ٩٠°

، أ حـ = ١٥ سم ، أ ب = ٢٠ سم.

أثبت أن :

حتا جـ حتا ب – حا جـ حا ب = صفر

⑥ أ ب جـ د شبه منحرف فيه أ د // ب جـ ، ق (ب̂) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم

، أ د = ٢سم

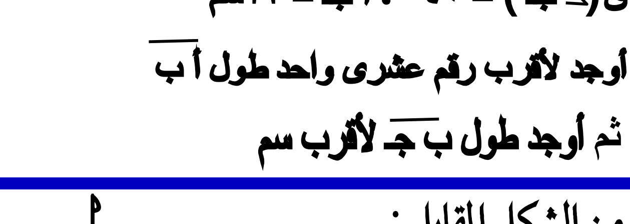
أوجد طول د جـ ثم أوجد قيمة جتا ب جـ د

⑦ إذا كان جا هـ ظا ٣٠ = جتا^{2} ٤٥

فأوجد ق (هـ̂) حيث هـ زاوية حادة

⑧ **أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{3}$ أ جـ أوجد النسب المثلثية للزاوية جـ**

⑨ **في الشكل المقابل :**



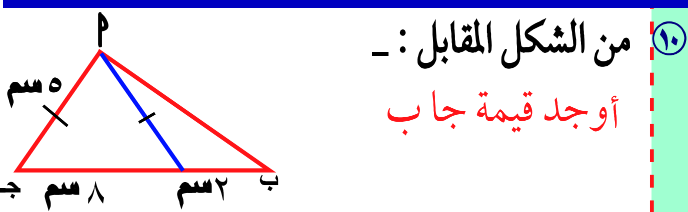
ق(∠ جـ) = ٤٠° ، أ جـ = ١٢سم

أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول $\overline{أ ب}$

ثم أوجد طول $\overline{ب جـ}$ لأقرب سم

⑩ من الشكل المقابل : ـ

أوجد قيمة جا ب



⑪ **في الشكل المقابل :**

أوجد

$$\frac{\text{ظا}(\angle \text{جـ أ د}) + \text{ظا}(\angle \text{ب أ د})}{\text{ظا}(\angle \text{جـ أ د}) - \text{ظا}(\angle \text{ب أ د})}$$

⑫ **في الشكل المقابل :** أ ب جـ د **شبه منحرف** فيه :

أ ب = أ د = د جـ = ٥ سم

، ب جـ = ١١ سم

أوجد :

ق (∠ب) ، ق (∠أ)

، **مساحة شبه المنحرف** أ ب جـ د

⑬ أ ب جـ د شبه منحرف متساوي الساقين فيه

$\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ د = ٤ سم ، أ ب = ٥ سم ،

ب جـ = ١٢سم   أثبت أن : $\frac{\text{٥ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^{2}\text{ جـ + جتا}^{2}\text{ ب}} = ٣$

⑭ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د مستطيل

أ ب = ١٥ سم

، أ جـ = ٢٥ سم

أوجد : ق (∠ب أ جـ)

، مساحة المستطيل أ ب جـ د

(١٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (−١ ، −٣) ، ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل .

(١٦) أثبت أن النقط : ٩ (−٣ ، −١) ، ب (٦ ، ٥) جـ (٣ ، ٣) تقع على استقامة واحدة

(١٧) اثبت أن المستقيم المار (٤، ٣$\sqrt{٣}$) ، (٥، ٢$\sqrt{٣}$) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٣٠°

(١٨) إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣، ١) ، (٢، ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° ، فأوجد قيمة ك إذا كان $ل_١$ ، $ل_٢$ (١) متوازيين (٢) متعامدين.

(١٩) إذا كانت ٩ (−١، ٣) ، ب (١، ٤)، جـ (٣، ص) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة ص

(٢٠) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢، −١) ، (٥، ١) يوازي المستقيم الذي معادلته ٩س+٣ص+٥=٠ فأوجد قيمة ٩

(٢١) أوجد ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم ٥س+٤ص−١٠=٠

(٢٢) ٩ب جـ ء مربع فيه ٩ (٥، ٤)، جـ(−١، ٦) فأوجد معادلة $\overleftrightarrow{بء}$

(٢٣) إذا كانت بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي ٢$\sqrt{٥}$ فأحسب قيمة س.

(٢٤) أثبت أن النقط ٩(−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، جـ (٤ ، ٥) هى رءوس مثلث متساوى الساقين

(٢٥) ٩ ب قطر فى الدائرة التى مركزها م حيث ٩(٨، ١١) ، م (٥، ٧) أوجد (١) احداثى ٩ (٢) معادلة المستقيم العمودى على ٩ ب عند ب

(٢٦) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه ٩ (−٢، ٤) ، ب (٣، −١) ، جـ(٤، ٥) متساوي الساقين وأوجد مساحة سطحه

(٢٧) إذا كان المستقيم ص = س جا ٣٠° + ك يمر بالنقطة (٤، ٦) فأوجد قيمة ك

(٢٨) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ٣) ، (−١، −٣)

(٢٩) أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٥، ٣) ، ب (٦، −٢) ، جـ (١، −١) ، د (٠، ٤) اثبت أن الشكل أ ب جـ د معين واوجد مساحته

(٣٠) اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢، −١) ، (٣، ٦) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

(٣١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢، −٣) ، (٥، −٤)

(٣٢) في الشكل المقابل

النقط ٩(٣، ٦) ، ب(٦، ٢) ، و (٠، ٠) ، ء هي رؤوس معين

أوجد (أ) إحداثي نقطة ء (ب) معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{وء}$

(٣٣) في الشكل المقابل

يمثل $\overleftrightarrow{٩ب}$ الذى معادلته ص = ك س + جـ ويقطع محورى الاحداثيات فى جزأين متساويين ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) أوجد (أ) قيمة ك ، جـ (ب) مساحة Δ ٩ ب و

(٣٤) في الشكل المقابل

المستقيم $\overleftrightarrow{٩ب}$ يقطع من المحور السيني جزءاً طوله ٣ وحدات ، ق (٩ ب و) = ٤٥° أوجد معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{٩ب}$





تراكمى جبر و هندسه

أكمل ما يأتي

(١) مستطيل طول أحد بعديه ٦سم ، وطول قطره ١٠سم فإن محيطه = ... سم

(٦ + ٨) × ٢ = ٢٨ سم

(٢) مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسي = ... ٥٤٠

(٣) محيط الدائرة التي طول نصف قطرها ٧سم = ... سم

٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤

(٤) الزاوية التي قياسها ٨٠° تتمم زاوية قياسها ....١٠°

(٥) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = ...١

(٦) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ١٢٠°

(٧) مجموع طولي أي في المثلث ......> طول الضلع الثالث

(٨) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإن أكبر أضلاع المثلث طولا هو ....أجـ....

(٩) إذا كان طولا ضلعين في مثلث متساوي الساقين هما ٣سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث = ...٧. سم

(١٠) صورة النقطة (٣ ، ٤) بالانعكاس في نقطة الأصل هي (-٣ ، -٤)

(١١) صورة النقطة (٣ ، ٤) بالانعكاس في محور الصادات هي (-٣ ، ٤)

(١٢) الشكل الرباعي الذي فيه القطران متساويان ومتعامدان هو ...المربع

(١٣) محيط المربع الذي طول ضلعه ل سم = ٤ ل سم

(١٤) إذا كان ٦ ، س ، ٣ تمثل أطوال أضلاع مثلث فإن س ∈]٣ ، ٩[

(١٥) الزاوية التى قياسها ٦٠° تتمم زاوية قياسها ٣٠°

(١٦) إذا كان: ∠أ تكمل ∠ب ، ق(∠أ) = ٢ق(∠ب) فإن ق(∠أ) = ..١٢٠°..

(١٧) مثلث متساوي الساقين قياس زاوية رأسه ٥٠° فإن قياس احدي زاويتي القاعدة = ...٦٥°

(١٨) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠سم تكون مساحته تساوي ....

$\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١٠ = ٣٠ سم²

(١٩) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

(٢٠) المثلث أ ب جـ فيه : أب > أجـ فإن: ق(∠ب) ...> ق(∠جـ)

(٢١) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

(٢٢) العدد الذى ليس له معكوس ضربى هو صفر

(٢٣) المعكوس الضربي للعدد $\frac{-٣}{٥}$ هو $\frac{-٥}{٣}$

(٢٤) اذا كان $\frac{٣+س}{س-٥}$ = ٠ فإن س = -٣

(٢٥) باقي طرح (-٢أ) من ٣أ هو ٥أ

(٢٦) إذا كان (س - ٥)(س + ٥) = س² + ك فإن: ك = -٢٥

(٢٧) ط ∪ ط⁻ = ص

(٢٨) مجموعة حل المعادلة س² + ٢٥ = ٠ في ح هي ∅

(٢٩) [-٢ ، ٥[∪ [-٢ ، ٥] = [-٢ ، ٥]

(٣٠) خمس العدد $٥^{١٠}$ يساوى $٥^{٩}$

(٣١) إذاكان س عددا فرديا فإن العدد الفردى التالى له هو س+٢

(٣٢) المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو $٣\sqrt{٢}$